مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

أكاديمية الجهة الشرقية

مستوى: السنة الثانية من سلك الباكالوريا
- شعبة التعليم الأصيل: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية
شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية

الأستاذ: نجيب عثماني

المادة: الرياضيات

تمارين بحلول في درس المتتاليات

تمرين1: لاحظ ثم أتمم بأربعة أعداد ملائمة لتسلسل كل متتالية من المتتاليات التالية :

1) $0, 2, 4, 6, 8, 10, \ldots\ldots$

2) $6, 3, 0, -3, -6, -9, -12, \ldots\ldots$

3) $1, 3, 9, 27, 81, 243, \ldots\ldots$

4) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \ldots\ldots$

$1, 4, 9, 16, 25, 36, \ldots\ldots$

الأجوبة:1)

2) $0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18$

3) $6, 3, 0, -3, -6, -9, -12, -15, -18, 21, -24$

4) $1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561, 19683$

5) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \frac{1}{128}, \frac{1}{256}, \frac{1}{512}$

تمرين2: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة التالية : $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n=2n+3$

1. *أحسب حدها الأول* u_0
2. *أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية* $(u_n)_{n\geq 0}$

الأجوبة:1) $u_0=2\times 0+3=3$

2) $u_1=2\times 1+3=5$

$u_2=2\times 2+3=4+3=7$ و $u_3=2\times 3+3=9$

نلاحظ أن أن فرق حدين متتالين هو العدد 2

تمرين3: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة التالية : $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n=2n-1$

1) أحسب حدها الأول u_0 و أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$

2) أحسب $u_{n+1}-u_n$ $\forall n\in\mathbb{N}$ ماذا تستنتج ؟

الأجوبة:1) $u_0=2\times 0-1=0-1=-1$

$u_1=2\times 1-1=2-1=1$

$u_2=2\times 2-1=4-1=3$

$u_3=2\times 3-1=6-1=5$

2)

$u_{n+1}-u_n=\big(2(n+1)-1\big)-\big(2n-1\big)=\big(2n+2-1\big)-\big(2n-1\big)$

اذن: $=(2n+2-1)-(2n-1)=(2n+1)-(2n-1)=2n+1-2n+1$

$u_{n+1}-u_n=2=r$

ومنه أستنتج أن : المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ هي حسابية أساسها : $r=2$

تمرين4: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n=5n+6$

أحسب : $u_{n+1}-u_n$ و ماذا تستنتج ؟

الأجوبة:

$u_{n+1}-u_n=\big(5(n+1)+6\big)-\big(5n+6\big)=\big(5n+5+6\big)-\big(5n+6\big)$

اذن: $=(5n+11)-(5n+6)=5n+11-5n-6$

$u_{n+1}-u_n=5=r$

أستنتج أن : المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ هي حسابية أساسها : $r=5$

تمرين5: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي: $u_n=\frac{n+3}{4}$

$\forall n\in\mathbb{N}$

بين أن المتتالية (u_n) حسابية وحدد أساسها وحدها الأول

الجواب : $u_{n+1}-u_n=\frac{(n+1)+3}{4}-\frac{n+3}{4}=\frac{1}{4}=r$

ومنه المتتالية $(u_n)_{n\in I}$ هي حسابية أساسها $r=\frac{1}{4}$

وحدها الأول : $u_0=\frac{3}{4}$

تمرين6 : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n=2n+3$

1. أحسب : $u_{n+1}-u_n$

2. ماذا تستنتج ؟

الجواب :

$u_{n+1}-u_n=\big(2(n+1)+3\big)-\big(2n+3\big)=\big(2n+2+3\big)-\big(2n+3\big)$

$=(2n+2+3)-(2n+3)=(2n+5)-(2n+3)=2n+5-2n-3$

اذن : $u_{n+1}-u_n=2=r$

ومنه المتتالية $(u_n)_{n\in I}$ هي حسابية أساسها : $r=2$

تمرين7 :

1. لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $u_0=1$

أحسب المجموع التالي : $S_1=u_3+u_4+u_5+\cdots+u_{30}$

2. لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=-2$ و حدها الأول $u_0=4$

أحسب المجموع التالي : $S_2=u_7+u_8+u_9+\cdots+u_{25}$

الجواب : 1) $S_1=u_3+u_4+u_5+\cdots+u_{30}=(30-3+1)\frac{u_3+u_{30}}{2}$

$S_1=(28)\frac{u_3+u_{30}}{2}$

وبما أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=\frac{1}{2}$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

وحدها الأول $u_0=1$ فان : $u_n=u_0+(n-0)r$

أي: $u_n=1+(n-0)\frac{1}{2}$ أي: $u_n=1+\frac{n}{2}$

ومنه نحسب: $u_3=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$ و: $u_{30}=1+\frac{30}{2}=\frac{32}{2}=16$

وبالتالي: $S_1=(28)\frac{u_3+u_{30}}{2}=14\left(\frac{5}{2}+16\right)=14\left(\frac{37}{2}\right)=7\times37=259$

2) $S_2=u_7+u_8+u_9+\cdots+u_{25}=(25-7+1)\frac{u_7+u_{25}}{2}=(19)\frac{u_7+u_{25}}{2}$

وبما أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=-2$ وحدها الأول $u_0=4$ فان : $u_n=u_0+(n-0)r$

أي: $u_n=4+(n-0)(-2)$ أي: $u_n=4-2n$

ومنه نحسب: $u_7=4-2\times7=4-14=-10$ و: $u_{25}=4-2\times25=4-50=-46$

وبالتالي:

$S_2=(19)\frac{u_7+u_{25}}{2}=(19)\frac{-10+-46}{2}=(19)\frac{-56}{2}=19\times-28=-532$

تمرين8 : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالصيغة التالية :

$\forall n\in\mathbb{N}$ $u_n=3n+1$

1. تحقق أن $(u_n)_{n\geq0}$ حسابية
2. أحسب المجموع : $S_6=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_6$

الجواب : 1)

$u_{n+1}-u_n=(3(n+1)+1)-(3n+1)=(3n+3+1)-(3n+1)=3$

اذن : $u_{n+1}-u_n=3=r$ ومنه $(u_n)_{n\geq0}$ حسابية

2) $S_6=u_1+u_2+\cdots+u_6=(6-1+1)\frac{u_1+u_6}{2}$

$S_6=(6)\frac{u_1+u_6}{2}=3(u_1+u_6)$

وبما أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=3$ وحدها الأول $u_0=1$

فان : $u_n=u_0+(n-0)r$

أي: $u_n=1+(n-0)3$ أي: $u_n=1+3n$

ومنه نحسب: $u_1=1+3\times1=4$ و $u_6=1+3\times6=19$

وبالتالي: $S_6=3(4+19)=3\times23=69$

تمرين9 : نعتبر متتالية حسابية $(u_n)_{n\geq0}$ أساسها : $r=2$

وحدها الأول $u_0=3$

1. أحسب u_1 و u_2 و u_3
2. أكتب u_n بدلالة n
3. أحسب المجموع : $S_6=u_1+u_2+u_3+\cdots+u_{10}$

الجواب : 1) $u_1=u_0+r=3+2=5$

$u_2=u_1+r=5+2=7$

$u_3=u_2+r=7+2=9$

2) وبما أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=2$ وحدها الأول $u_0=3$ فان : $u_n=u_0+(n-0)r$

أي: $u_n=3+2(n-0)$ أي: $u_n=2n+3$

3) $S=u_0+u_1+\cdots+u_{10}=(10-0+1)\frac{u_0+u_{10}}{2}$

$S_6=11\frac{u_0+u_{10}}{2}=\frac{11}{2}(3+u_{10})$

ومنه نحسب: $u_{10}=2\times10+3=23$

وبالتالي: $S=\frac{11}{2}(3+23)=\frac{11}{2}\times26=11\times13=143$

تمرين10 : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالصيغة الصريحة التالية : $\forall n\in\mathbb{N}$ $u_n=2\times3^n$

1. أحسب حدها الأول u_0
2. أحسب $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ $\forall n\in\mathbb{N}$ ماذا تستنتج ؟

الجواب : 1)

$u_0=2\times3^0=2\times1=2$

2) $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{2\times3^{n+1}}{2\times3^n}=\frac{3^{n+1}}{3^n}=\frac{3^n\times3^1}{3^n}=3^1=3=q$

اذن: المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ هندسية أساسها $q=3$

وحدها الأول $u_0=2$

تمرين11 : نعتبر المتتالية العددية (u_n)

المعرفة كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}$ $u_n=3\times\left(\frac{2}{5}\right)^n$

بين أن (u_n) متتالية هندسية و حدد أساسها و حدها الأول

الجواب : 1) $u_0=3\times\left(\frac{2}{5}\right)^0=3\times1=3$

2) $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{3\times\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{3\times\left(\frac{2}{5}\right)^n}=\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{\left(\frac{2}{5}\right)^n}=\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^n\times\left(\frac{2}{5}\right)^1}{\left(\frac{2}{5}\right)^n}=\frac{2}{5}=q$

اذن: المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ هندسية أساسها $q=\frac{2}{5}$

وحدها الأول $u_0=3$

تمرين12 : نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) بحيث حدها الأول $u_0=81$ وأساسها : $q=\frac{1}{3}$

1. أكتب u_n بدلالة n
2. أحسب u_1 و u_2 و u_3
3. حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $u_n=1$

الأجوبة : 1) نعلم أن $(u_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية

أساسها $q=\frac{1}{3}$ وحدها الأول $u_0=81$

اذن: $u_n=u_0q^{n-0}$ ومنه : $u_n=81\times\left(\frac{1}{3}\right)^n$

2) $u_1=81\times\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{81}{3}=27$

و $u_2=81\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{81}{9}=9$ و $u_3=81\times\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{81}{27}=3$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

3) $u_n = 1$ يعني $81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n = 1$ يعني $81 \times \frac{1}{3^n} = 1$ يعني

$\frac{81}{3^n} = 1$ يعني $81 = 3^n$ يعني $n = 4$

تمرين13 : نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) بحيث حدها الأول

$u_0 = 5$ و $u_3 = 40$

1. تحقق أن أساس المتتالية (u_n) هو $q = 2$
2. أكتب u_n بدلالة n
3. أحسب u_4
4. حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $u_n = 160$

الأجوبة : 1) نعلم أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية اذن :

اذن: $u_3 = u_0 q^{3-0}$ يعني : $40 = 5q^3$ يعني : $q^3 = \frac{40}{5}$ يعني :

$q^3 = 8$ يعني : $q = 2$

2) $u_n = 5 \times (2)^n$

3) $u_1 = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{81}{3} = 27$ و $u_2 = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{81}{9} = 9$ و

$u_4 = 5 \times (2)^4 = 5 \times 16 = 80$

4) $u_1 = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{81}{3} = 27$ و $u_2 = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{81}{9} = 9$ و

$u_5 = 2 \times u_4 = 2 \times 80 = 160$

ومنه : $n = 5$

تمرين14 : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية

: $u_{n+1} = 3 \times U_n$ و $u_0 = 2$ $\forall n \in \mathbb{N}$

1. تحقق أن $(u_n)_{n\geq 0}$ هندسية
2. عبر عن U_n بدلالة n
3. أحسب المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_5$

الجواب : 1)

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3 \times u_n}{u_n} = 3 = q$

اذن: المتتالية هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول $u_0 = 3$

2) $(u_n)_{n\geq 0}$ هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول $u_0 = 3$

اذن: $u_n = u_0 q^{n-0}$ أي:

$u_n = 3 \times (3)^n = 3^1 \times (3)^n = (3)^{n+1}$

3) $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_5 = u_1 \times \frac{1-q^{5-1+1}}{1-q} = u_1 \times \frac{1-q^5}{1-q}$

نحسب: u_1

$u_1 = 3^{1+1} = 3^2 = 9$

$S_n = 9 \times \frac{1-3^5}{1-3} = 9 \times \frac{1-3^5}{-2} = 9 \times \frac{1-243}{-2} = 9 \times \frac{-242}{-2} = 1029$

تمرين15 : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بالعلاقة الترجعية التالية : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$

أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)

الجواب : نعوض n ب 0

فنجد : $u_{0+1} = 2 \times u_0 + 3 = 2 \times 1 + 3 = 2 + 3 = 5$

اذن : $u_1 = 5$

نعوض n ب 1

فنجد : $u_{1+1} = 2 \times u_1 + 3 = 2 \times 5 + 3 = 10 + 3 = 13$

اذن : $u_2 = 13$

نعوض n ب 2

فنجد : $u_{2+1} = 2 \times u_2 + 3 = 2 \times 13 + 3 = 26 + 3 = 29$

اذن : $u_3 = 29$

ملاحظة : هذه المتتالية تسمى متتالية ترجعيه

تمرين16 : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N}$ $\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 2 \\ u_0 = 2 \end{cases}$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

كالتالي: $\forall n \in \mathbb{N}$ $v_n = u_n + 2$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1
2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)
3. أكتب v_n بدلالة n
4. استنتج u_n بدلالة n

الجواب : 1) نعوض n ب 0

فنجد : $u_{0+1} = 2 \times u_0 + 2 = 2 \times 2 + 3 = 4 + 3 = 7$

اذن : $u_1 = 7$

نعوض n ب 1

فنجد : $u_{1+1} = 2 \times u_1 + 2 = 2 \times 7 + 2 = 14 + 2 = 16$

اذن : $u_2 = 16$

نعوض n ب 0 فنجد : $v_0 = u_0 + 2 = 2 + 2 = 4$

نعوض n ب 1 فنجد : $v_1 = u_1 + 2 = 7 + 2 = 9$

2) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} + 2}{u_n + 2} = \frac{2u_n + 2 + 2}{u_n + 2} = \frac{2u_n + 4}{u_n + 2} = \frac{2(u_n + 2)}{u_n + 2} = 2 = q$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 2$ وحدها الأول $v_0 = 4$

3) كتابة v_n بدلالة n

بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 2$ وحدها الأول $v_0 = 4$

فان: $v_n = v_0 \times q^n$ أي: $v_n = 4 \times 2^n$

4) استنتاج u_n بدلالة n

لدينا: $v_n = u_n + 2$ اذن: $v_n - 2 = u_n$

أي: $u_n = 4 \times 2^n - 2$

تمرين17 : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N}$ $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{1}{2} \\ u_0 = 3 \end{cases}$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي: $\forall n\in\mathbb{N}\quad v_n=u_n+1$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

4. أحسب بدلالة n المجموع : $S=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$

الجواب:1) نعوض n ب 0

فنجد: $u_{0+1}=\frac{1}{2}\times u_0-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times 3-3=\frac{3}{2}-3=-\frac{3}{2}$

اذن : $u_1=-\frac{3}{2}$

نعوض n ب 1 فنجد :

$u_{1+1}=\frac{1}{2}\times u_1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}-3=\frac{3}{4}-3=-\frac{9}{4}$ اذن : $u_2=-\frac{9}{4}$

نعوض n ب 0 فنجد : $v_0=u_0+1=3+1=4$.

نعوض n ب 1 فنجد : $v_1=u_1+1=-\frac{3}{2}+1=-\frac{1}{2}$

2) $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{u_{n+1}+1}{u_n+1}=\frac{\frac{1}{2}u_n-\frac{1}{2}+1}{u_n+1}=\frac{\frac{1}{2}u_n+\frac{1}{2}}{u_n+1}=\frac{\frac{1}{2}(u_n+1)}{u_n+1}=\frac{1}{2}=q$

تمرين18 : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n\in\mathbb{N}\begin{cases}u_{n+1}=\frac{3}{2}u_n-1\\ u_0=-1\end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}\quad v_n=u_n-2$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{2}$

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

الجواب:1) نعوض n ب 0 فنجد:

$u_{0+1}=\frac{3}{2}\times u_0-1=\frac{3}{2}\times(-1)-1=-\frac{3}{2}-1=-\frac{3}{2}-\frac{2}{2}=-\frac{5}{2}$ اذن : $u_1=-\frac{5}{2}$

نعوض n ب 1 فنجد :

$u_{1+1}=\frac{3}{2}\times u_1-1=\frac{3}{2}\times\left(-\frac{5}{2}\right)-1=-\frac{15}{4}-1=-\frac{15}{4}-\frac{4}{4}=-\frac{19}{4}$ اذن : $u_2=-\frac{15}{4}$

نعوض n ب 0 فنجد : $v_0=u_0-2=-1-2=-3$

نعوض n ب 1 فنجد : $v_1=-\frac{5}{2}-2=-\frac{5}{2}-\frac{4}{2}=-\frac{9}{2}$

2) $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{u_{n+1}-2}{u_n-2}=\frac{\frac{3}{2}u_n-1-2}{u_n-2}=\frac{\frac{3}{2}u_n-3}{u_n-2}=\frac{\frac{3}{2}u_n-\frac{6}{2}}{u_n-2}=\frac{\frac{3}{2}(u_n-2)}{u_n-2}=\frac{3}{2}=q$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{3}{2}$ وحدها الأول $v_0=4$

3) كتابة v_n بدلالة n

بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{3}{2}$ وحدها الأول $v_0=-3$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0=4$

3) كتابة v_n بدلالة n

بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0=4$

فان: $v_n=v_0\times q^n$ أي: $v_n=4\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$

استنتاج u_n بدلالة n

لدينا: $v_n=u_n+1$ اذن: $v_n-1=u_n$

أي: $u_n=4\times\left(\frac{1}{2}\right)^n-1$

4) $S=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$

$$S_n=v_0\times\frac{1-q^{n-0+1}}{1-q}=3\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}=3\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{\frac{1}{2}}=6\times\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$$

لدينا: $v_n=u_n-2$ اذن: $v_n+2=u_n$ أي: $u_n=-3\left(\frac{3}{2}\right)^n+2$

فان: $v_n=(-3)\times\left(\frac{3}{2}\right)^n$

استنتاج u_n بدلالة n

تمرين19 : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n\in\mathbb{N}\begin{cases}u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-3\\ u_0=2\end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}\quad v_n=u_n+6$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

الجواب:1) نعوض n ب 0

فنجد: $u_{0+1}=\frac{1}{2}\times u_0-3=\frac{1}{2}\times 2-3=1-3=-2$ اذن : $u_1=-2$

نعوض n ب 1 فنجد :

$u_{1+1}=\frac{1}{2}\times u_1-3=\frac{1}{2}\times(-2)-3=-1-3=-4$ اذن : $u_2=-\frac{15}{4}$

نعوض n ب 0 فنجد : $v_0=u_0+6=2+6=8$

نعوض n ب 1 فنجد : $v_1=u_1+6=-2+6=4$

2) $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{u_{n+1}+6}{u_n+6}=\frac{\frac{1}{2}u_n-3+6}{u_n+6}=\frac{\frac{1}{2}u_n+3}{u_n+6}=\frac{\frac{1}{2}u_n+\frac{6}{2}}{u_n+6}=\frac{\frac{1}{2}(u_n+6)}{u_n+6}=\frac{1}{2}=q$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$

وحدها الأول $v_0=8$

3) كتابة v_n بدلالة n

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$

وحدها الأول $v_0=8$ فان: $v_n=8\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$

استنتاج u_n بدلالة n

لدينا: $v_n=u_n+6$ اذن: $v_n-6=u_n$ أي: $u_n=8\left(\frac{1}{2}\right)^n-6$

تمرين20 : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n\in\mathbb{N}\begin{cases}u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1\\u_0=10\end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $v_n=u_n-3$

$\forall n\in\mathbb{N}$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$

3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

الجواب:1) نعوض n ب0

فنجد: $u_{0+1}=\frac{2}{3}\times u_0+1=\frac{2}{3}\times10+1=\frac{20}{3}+1=\frac{20}{3}+\frac{3}{3}=\frac{23}{3}$ اذن :

$u_1=\frac{23}{3}$

نعوض n ب 1

فنجد : $u_{1+1}=\frac{2}{3}\times u_1 1=\frac{2}{3}\times\frac{23}{3}+1=\frac{46}{9}+1=\frac{46}{9}+\frac{9}{9}=\frac{55}{9}$ ا

ذن : $u_2=\frac{55}{9}$

نعوض n ب 0 فنجد : $v_0=u_0-3=10-3=7$

نعوض n ب 1

فنجد : $v_1=u_1-3=\frac{23}{3}-3=\frac{23}{3}-\frac{9}{3}=\frac{14}{3}$

2) $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{u_{n+1}-3}{u_n-3}=\frac{\frac{2}{3}u_n+1-3}{u_n-3}=\frac{\frac{2}{3}u_n-2}{u_n-2}=\frac{\frac{2}{3}u_n-\frac{6}{2}}{u_n-2}=\frac{\frac{2}{3}(u_n-3)}{u_n-2}=\frac{2}{3}=q$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{3}{2}$ وحدها الأول $v_0=7$

3) كتابة v_n بدلالة n

بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$

وحدها الأول $v_0=7$

فان: $v_n=7\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$

استنتاج u_n بدلالة n

لدينا: $v_n=u_n-3$ اذن: $v_n+3=u_n$ أي: $u_n=7\left(\frac{2}{3}\right)^n+3$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com