مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

الأستاذ: نجيب عثماني

أكاديمية الجهة الشرقية

مستوى: السنة الثانية من سلك الباكالوريا
شعبة التعليم الأصيل: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية
شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية

تمارين بحلول في درس الدوال الأسية

المادة: الرياضيات

تمرين1: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: 1) $e^x = 1$ 2) $e^{x-2} = e$ 3) $e^x = 2$

الأجوبة: 1) $e^x = 1 \Leftrightarrow e^x = e^0 \Leftrightarrow x = 0$ ومنه : $S = \{0\}$

2) $e^{x-2} = e^1 \Leftrightarrow e^{x-2} = e \Leftrightarrow x-2 = 1 \Leftrightarrow x = 3$ ومنه : $S = \{3\}$

3) $x = \ln 2 \Leftrightarrow e^x = 2$ ومنه : $S = \{\ln 2\}$

تمرين2: ليكن a و b عددين حقيقيين, أحسب وبسط ما يلي :

$A = e^3 \times e^5$ و $B = \left(e^{-4} \times e^6\right)^3$ و $C = \frac{e^7}{e^4}$

الأجوبة: $A = e^3 \times e^5 = e^{3+5} = e^8$ و

$B = \left(e^{-4} \times e^6\right)^3 = \left(e^{-4+6}\right)^3 = \left(e^2\right)^3 = e^{2\times 3} = e^6$ و $C = \frac{e^7}{e^4} = e^{7-4} = e^3$

تمرين3: بسط ما يلي: $A = e^{-x} \times e^{2x}$, $B = \left(e^{2-x}\right)^2 \times e^{3x-4}$

$C = \frac{e^{2x} \times e^{3x}}{\left(e^x\right)^4}$

الأجوبة: $A = e^{-x} \times e^{2x} = e^{-x+2x} = e^x$

$B = \left(e^{2-x}\right)^2 \times e^{3x-4} = e^{2\times(2-x)} \times e^{3x-4} = e^{2\times(2-x)+3x-4} = e^{4-2x+3x-4} = e^x$

$C = \frac{e^{2x} \times e^{3x}}{\left(e^x\right)^4} = \frac{e^{2x+3x}}{e^{4x}} = \frac{e^{5x}}{e^{4x}} = e^{5x-4x} = e^x$

تمرين4: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: 1) $e^{x+1} = 4$ 2) $e^{1-x} \times e^{2x} = e$ 3) $e^{1+x} = \frac{1}{e^{2x-3}}$

4) $\frac{e^{2-x}}{e^{1+2x}} = e^{x-1}$ 5) $\frac{e^{2x+1}}{e^{x-3}} = e$ 6) $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$

الأجوبة: 1) $e^{1-x+2x} = e^1 \Leftrightarrow e^{1-x} \times e^{2x} = e$

$e^{1+x} = e^1 \Leftrightarrow 1+x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ ومنه : $S = \{0\}$

2) $e^{x-2} = e^1 \Leftrightarrow e^{x-2} = e$

$x-2 = 1 \Leftrightarrow x = 3$ ومنه : $S = \{3\}$

3) $e^{1+x} = e^{-(2x-3)} \Leftrightarrow e^{1+x} = \frac{1}{e^{2x-3}}$

$1+x = -2x+3 \Leftrightarrow e^{1+x} = e^{-2x+3} \Leftrightarrow 3x = 2$

$x = \frac{2}{3}$ ومنه : $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

4) $e^{(2-x)-(1+2x)} = e^{x-1} \Leftrightarrow \frac{e^{2-x}}{e^{1+2x}} = e^{x-1}$

$2-x-1-2x = x-1 \Leftrightarrow (2-x)-(1+2x) = x-1$

$x = \frac{-2}{-4} \Leftrightarrow -4x = -2 \Leftrightarrow -x-2x-x = -1+1-2$

$x = \frac{1}{2}$ ومنه : $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

5) $e^{(2x+1)-(x-3)} = e^1 \Leftrightarrow \frac{e^{2x+1}}{e^{x-3}} = e$

$e^{2x+1-x+3} = e^1 \Leftrightarrow$

$x = -3 \Leftrightarrow x+4=1 \Leftrightarrow 2x+1-x+3=1 \Leftrightarrow$

ومنه : $S = \{-3\}$

تمرين5: حدد مجموعة تعريف الدالة f في الحالات الآتية :

1. $f(x) = xe^x + 2x$
2. $f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$

الأجوبة: 1) $D_f = \mathbb{R}$

2) $D_f = \{x \in \mathbb{R} / e^x - 1 \neq 0\}$

$x = 0 \Leftrightarrow e^x = e^0 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow e^x - 1 = 0$

ومنه : $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

تمرين6: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

1) $e^{2x-1} \geq 1$ 2) $e^{7x-1} \geq e^{2x-3} \times e^{x-2}$

الأجوبة: 1) $2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow e^{2x-1} \geq e^0 \Leftrightarrow e^{2x-1} \geq 1$

$x \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x \geq 1 \Leftrightarrow$ ومنه : $S = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$

2) $e^{7x-1} \geq e^{2x-3+x-2} \Leftrightarrow e^{7x-1} \geq e^{2x-3} \times e^{x-2}$

$4x \geq -4 \Leftrightarrow 7x-1 \geq 2x-3+x-2 \Leftrightarrow$

$x \geq -1 \Leftrightarrow$ ومنه : $S = [-1; +\infty[$

تمرين7: أحسب النهايات الآتية:

1) $\lim_{x \to +\infty} \left(2x - \frac{1}{e^x}\right)$ 2) $\lim_{x \to +\infty} \frac{2e^x - 1}{e^x + 2}$ 3) $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{e^x + 3}$

4) $\lim_{x \to -\infty} \frac{2e^x - 1}{e^x + 1}$

الأجوبة: 1) لدينا $\lim_{x \to +\infty} 2x = +\infty$ ولدينا: $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$ لأن:

$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ اذن : $\lim_{x \to +\infty} \left(2x - \frac{1}{e^x}\right) = +\infty$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

تابع

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2e^x-1}{e^x+2}=\dfrac{+\infty}{+\infty}$ شكل غير محدد

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2e^x-1}{e^x+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x\left(2-\frac{1}{e^x}\right)}{e^x\left(1+\frac{2}{e^x}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2-\frac{1}{e^x}}{1+\frac{2}{e^x}}=\frac{2-0}{1+0}=2$$

لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$

3) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^x}{e^x+3}=\dfrac{+\infty}{+\infty}$ شكل غير محدد

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{e^x+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{e^x\left(1+\frac{3}{e^x}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{1+\frac{3}{e^x}}=\frac{1}{1+0}=1$$

لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$

4) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2e^x-1}{e^x+1}=\dfrac{2\times0-1}{0+1}=-1$

تمرين8: أحسب $f'(x)$ في الحالات الآتية :

1) $f(x)=e^x+2$ 2) $f(x)=xe^x+3x$ 3) $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$

الأجوبة: 1) $f'(x)=\left(e^x+2\right)'=\left(e^x\right)'+(2)'=e^x+0=e^x$

2) $f'(x)=\left(xe^x+3x\right)'=\left(xe^x\right)'+(3x)'=(x)'e^x+x\left(e^x\right)'+3=e^x+xe^x+3$

3) $f'(x)=\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)'=\dfrac{\left(e^x-1\right)'\times\left(e^x+1\right)-\left(e^x-1\right)\times\left(e^x+1\right)'}{\left(e^x+1\right)^2}$

$$f'(x)=\frac{e^x\times\left(e^x+1\right)-\left(e^x-1\right)\times e^x}{\left(e^x+1\right)^2}=\frac{e^x\times e^x+e^x-e^x\times e^x+e^x}{\left(e^x+1\right)^2}=\frac{2e^x}{\left(e^x+1\right)^2}$$

تمرين9: نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x)=e^x+3x$

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

2) أحسب $f(0)$ و $f(1)$ (أعط قيمة مقربة للنتائج)

3) أحسب $f'(x)$ و وبين أن الدالة f تزايدية قطعا على D_f

4) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

5) حددجدول تغيرات الدالة f

الأجوبة: 1) $D_f=\mathbb{R}$

2) $f(0)=e^0+3\times0=1-0=1$

$f(1)=e^1+3\times1=e+3\simeq2,7+3\simeq5,7$

3) $f'(x)=\left(e^x+3x\right)'=\left(e^x\right)'+(3x)'=e^x+3>0$

لأن: $(\forall x\in\mathbb{R})\,e^x>0$ ومنه f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

4) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}e^x+3x=0+3(-\infty)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}e^x+3x=+\infty+3(+\infty)=+\infty$

5) جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com