مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

ملخصي وقواعدي في الرياضيات

مستوى: السنة الثانية من سلك الباكالوريا

- شعبة التعليم الأصيل: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية
- شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية

ملخص درس نهاية متتالية

❖ نهاية بعض المتتاليات المرجعية

$\lim\limits_{n\to+\infty} n=+\infty$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2=+\infty$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} n^p=+\infty$

$\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n}=+\infty$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2}=0$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^p}=0$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}=0$

أمثلة: $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n}+3=0+3=3$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{-4}{n^3}-7=0-7=-7$

و $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{4}{\sqrt{n}}+5=0+5=5$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2}{\sqrt{n}}=0$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{8}{n^7}=0$

ملاحظات :

- كل متتالية تكون نهايتها عددا حقيقيا تسمى متتالية متقاربة
- كل متتالية غير متقاربة تسمى متتالية متباعدة

❖ خاصية: ليكن a عددا حقيقيا

- ✓ إذا كان : $a>1$ فان : (a^n) تؤول إلى $+\infty$
- ✓ إذا كان : $a=1$ فان : (a^n) تؤول إلى 1
- ✓ إذا كان : $-1<a<1$ فان : (a^n) تؤول إلى 0
- ✓ إذا كان : $a\le -1$ فان : المتتالية (a^n) ليست لها نهاية

أمثلة : أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty} 2^n$, $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$, $\lim\limits_{n\to+\infty} (-5)^n$

أجوبة: : $\lim\limits_{n\to+\infty} 2^n=+\infty$ لأن: $a=2>1$

$\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n=0$ لأن : $-1<a=\frac{2}{3}<1$

$(-5)^n$ لأن : ليست لها نهاية لأن: $a=-5<-1$

❖ العمليات على النهايات

لتكن (u_n) و (v_n) متتاليتين عدديتين و l و l' أعدادا حقيقية نقبل أن العمليات على المتتاليات العددية هي نفسها على الدوال العددية

- **الجمع و الضرب**

$\lim u_n$	l	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim v_n$	l'	l	l	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim(u_n+v_n)$	$l+l'$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	ش غ م

- **الجمع و الضرب**

$\lim u_n$	l	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	∞
$\lim v_n$	l'	$l>0$	$l<0$	$l>0$	$l<0$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	0
$\lim(u_n\times v_n)$	$l\times l'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	∞	∞	ش غ م

- **المقلوب و الخارج:**

$\lim u$	l		$l<0$	$l>0$	$-\infty$	$l<0$	l	∞	0
$\lim v_n$	$l'\neq 0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$l<0$	$-\infty$	∞	∞	0
$\lim \frac{u_n}{v_n}$	$\frac{l}{l'}$	0^+	0^-	0^-	$+\infty$	0^+	0	ش غ م	ش غ م

$\lim u_n$	$l\neq 0$	0^+	0^-	$+\infty$	$-\infty$
$\lim \frac{1}{u}$	$\frac{1}{l}$	$+\infty$	$-\infty$	0^+	0^-

ملاحظة :

- o نهاية متتالية حدودية هي نهاية حدها الأكبر درجة
- o نهاية متتالية جذرية هي خارج نهاية حديها الأكبر درجة.

أمثلة: $\lim\limits_{n\to+\infty} 4n^3-5n^2+3n-1=\lim\limits_{n\to+\infty} 4n^3=+\infty$

لأن: نهاية متتالية حدودية هي نهاية حدها الأكبر درجة

$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{6n^2-9}{3n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{6n^2}{3n}=\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{3\times 2\times n\times n}{3n}=\lim\limits_{n\to+\infty} 2\times n=+\infty$

لأن: نهاية متتالية جذرية هي خارج نهاية حديها الأكبر درجة

$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^2+1}{n^5+3n-4}=\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^2}{n^5}=\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n\times n}{n\times n\times n\times n\times n}=\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^3}=0$

$\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{7n^2+1}{14n^3-5n+9}=\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{7n^2}{14n^3}=\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{7n\times n}{14n\times n\times n}=\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{2n}=0$

الحساب مباشرة $\lim\limits_{n\to+\infty} (n+1)^2-(n-1)^2$

نحصل على شكل غير محدد من قبيل : $+\infty-\infty$

$\lim\limits_{n\to+\infty} (n+1)^2-(n-1)^2=\lim\limits_{n\to+\infty} n^2+2n+1-(n^2-2n+1)=\lim\limits_{n\to+\infty} 4n=+\infty$

لأن: $\lim\limits_{n\to+\infty} n=+\infty$

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com