مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

# المادة: الرياضيات

## ملخص لدرس الاحتمالات

**مستوى:السنة الثانية من سلك الباكالوريا**

- **شعبة التعليم الأصيل:مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية**
- **شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية**

## I. تذكير

**تمرين1 :السحب بإحلال- الترتيبات بتكرار:**

يحتوي كيس على 12 كرة مرقمة من 1 إلى 12 (كل كرة تحمل رقما) نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال ثلاث كرات من الكيس.
(يعني نسحب كرة نسجل رقمها ثم نعيدها إلى الصندوق نكرر هذه العملية ثلاث مرات متتالية).

1. ما عدد النتائج الممكن؟
2. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على ثلاثة أعداد كلها قابلة للقسمة على 3؟
3. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على ثلاثة أعداد كلها فردية و كلها قابلة للقسمة على 3؟

**تمرين2 :السحب بدون إحلال- الترتيبات بدون تكرار**

يحتوي صندوق على 16 بيدقة: 4 حمراء و 7 بيضاء و 5 سوداء. نسحب عشوائيا بالتتابع, و بدون إحلال, أربع بيد قات من الصندوق
(يعني نسحب بيدقة نسجل لونها و لا نعيدها إلى الصندوق, نكرر هذه العملية أربع مرات).

1. ما عدد النتائج الممكنة؟
2. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على أربع بيد قات كلها بيضاء؟
3. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على بيدقة بيضاء في السحبة الأولى فقط؟

**تمرين3 :التبديلات**

ما عدد الكلمات من ستة حروف لها معنى أو لا , و التي يمكن كتابتهما باستعمال جميع حروف الكلمة " المغرب"

**تمرين4 :السحب تآنيا- التأليفات**

يحتوي صندوق على إحدى عشرة كرة: 4 بيضاء و 5 سوداء و كرتان زرقاوان. نسحب عشوائيا و ثانيا ثلاث كرات من الصندوق
(يعني سحب ثلاث كرات في آن واحد).

1. ما عدد النتائج الممكنة؟
2. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على ثلاث كرات من نفس اللون؟
3. ما عدد السحبات التي نحصل فيها على كرتين بيضاوين بالضبط؟

## II. تجربة عشوائية- مصطلحات:

**تجربة عشوائية:** نسمي تجربة عشوائية كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها مسبقا.

**إمكانية:** كل نتيجة لتجربة عشوائية تسمى إمكانية.

**كون الإمكانيات:** مجموعة كل الإمكانيات لتجربة عشوائية تسمى كون الإمكانيات و نرمز لها بالرمز $\Omega$ , و تسمى أيضا الحدث الأكيد.

**الحدث:** كل مجموعة مكونة من إمكانية أو أكثر (أي كل جزء من الكون $\Omega$ ) تسمى حدثا.

**الحدث $A \cap B$ و الحدث $A \cup B$:** الحدث $A \cap B$ هو الحدث $A$ و $B$ , الحدث $A \cup B$ هو الحدث $A$ أو $B$.

**الحدث المضاد:** الحدث المضاد لحدث $A$ هو الحدث $B$ الذي يحقق:

$A \cap B = \phi$ و $A \cup B = \Omega$ نرمز لهذا الحدث بالرمز $\overline{A}$ و لدينا: $B = \overline{A}$.

**الحدث الابتدائي:** كل حدث يحتوي على إمكانية واحدة يسمى حدثا ابتدائيا.

**مثال:**رمي نرد مكعب و وجوهه الستة مرقمة من 1 إلى 6 واحدة هو تجربة عشوائية و كون الإمكانيات المرتبط بهذه التجربة هو: $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$

## III. استقرار تردد حدث_احتمال حدث:

**مثال:**رمينا نردا مكعبا (وجوهه الستة مرقمة من 1 الى 6) 1000 مرة و حصلنا على الترددات التالية:

| الرقم | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| تردد الرقم | 0,160 | 0,162 | 0,171 | 0,166 | 0,167 | 0,174 |

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

- تردد رقم 4 هو $\frac{166}{1000}=0,166$ , أي أن النرد عين 166 مرة الرقم 4 خلال 1000 رمية.

لدينا: $\left(\frac{1}{6}\simeq 0,1666\cdots\right)$ تردد الرقم 4 يستقر حول العدد $\frac{1}{6}$ , نقول إن احتمال الحصول على الرقم 4 هو $\frac{1}{6}$.

و نكتب: $p\left(\{4\}\right)=\frac{1}{6}$ . (نلاحظ أن ترددات الأرقام الأخرى قريبة أيضا من العدد $\frac{1}{6}$ ).

- نعتبر الحدث $A$ "الحصول على عدد زوجي" يعني: $A=\{2;4;6\}$ , لدينا تردد الحدث $A$ هو مجموع ترددات كل من الأرقام 2 و 4 و 6, أي: $0,162+0,166+0,174=0,502$ نقول إن احتمال الحدث $A$ هو $0,502$ , و نكتب $P\left(A\right)=0,502$ .

لدينا: $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=0,5$ و $P\left(A\right)\simeq 0,5$ , و هو ما يفسر استقرار تردد الحدث $A$ .

**خاصية:**

ليكن $\Omega$ كون إمكانية تجربة عشوائية,

$p\left(\Omega\right)=1$ $\quad p\left(\phi\right)=0$ $\quad$ لكل حدث $A$ , $0\le p\left(A\right)\le 1$

لكل حدثين غير منسجمين $A$ و $B$ (أي $A\cap B=\phi$), $p\left(A\cup B\right)=p\left(A\right)+p\left(B\right)$

لكل حدث $A$ , $p\left(\overline{A}\right)=1-p\left(A\right)$ لكل حدثين $A$ و $B$ , $p\left(A\cup B\right)=p\left(A\right)+p\left(B\right)-p\left(A\cap B\right)$ .

**تمرين 5:** $A$ و $B$ حدثان مرتبطان بنفس التجربة العشوائية بحيث:

$p\left(A\right)=0,7$ و $p\left(B\right)=0,4$ و $p\left(A\cap B\right)=0,3$ .

أحسب: $p\left(\overline{A}\right)$ و $p\left(\overline{B}\right)$ و $p\left(A\cup B\right)$

**تمرين 6:** في إحدى الثانويات التأهيلية, 54% من التلاميذ يمارسون كرة القدم, و 32% يمارسون كرة السلة, و 13% يمارسون كرة القدم و كرة السلة.

صادفنا أحد تلاميذ هذه الثانوية و سألناه عن الرياضة التي يمارسها. أحسب احتمال كل حدث من الأحداث التالية:

$A$ " التلميذ يمارس الرياضتين معا".

$C$ " التلميذ يمارس إحدى الرياضتين على الأقل"

$E$ " التلميذ لا يمارس كرة القدم و لا كرة السلة".

## IV. فرضية تساوي الاحتمالات:

**خاصية:** إذا كانت جميع الأحداث الابتدائية متساوية الاحتمال في تجربة عشوائية كون إمكانيتها $\Omega$ , فان احتمال كل حدث $A$ هو:

$$p\left(A\right)=\frac{A}{\Omega}=\frac{CardA}{Card\,\Omega}$$

**تمرين 7:** نرمي نردا غير مزيف أوجهه الستة مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة .

1. حدد فضاء الإمكانيات $\Omega$ وحدد عدد الإمكانيات $card\left(\Omega\right)$

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" ظهور الرقم 4 "A

" ظهور رقم فردي "B

" ظهور رقم زوجي "C

" ظهور الرقم 8 "D

" ظهور رقم أكبر قطعا من 1 "E

" ظهور رقم أصغر قطعا من 9 "F

**تمرين 8:** نرمي نردا أوجهه الستة مرقمة من 1 إلى 6 مرتين متتاليتين

1. حدد شجرة الإمكانيات

2. حدد فضاء الإمكانيات $\Omega$ وحدد عدد الإمكانيات $card\left(\Omega\right)$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

3. حدد احتمال الأحداث التالية :

" ظهور الرقم 4 مرة واحدة فقط "A

" ظهور رقمين متساويين "B

**تمرين 9:** يحتوي كيس غير كاشف على أربع كرات مرقمة من 1 إلى 4 ونسحب عشوائيا من الكيس *كرة واحدة*

1. حدد فضاء الإمكانيات $\Omega$ وحدد عدد الإمكانيات $(card(\Omega))$

2. حدد كل الأحداث الابتدائية في هذه التجربة

3. حدد احتمال الأحداث التالية :

" الحصول على كرة تحمل الرقم 1 "A

" الحصول على كرة تحمل الرقم 3 "B

" الحصول على كرة تحمل رقما زوجيا "C

" الحصول على كرة تحمل رقما فرديا "D

" الحصول على عدد قابل للقسمة على 3 "E

" عدم الحصول على عدد قابل للقسمة على 3 "F

**تمرين 10:** يحتوي صندوق غير كاشف على 5 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كرتين حمراوتين

نسحب عشوائيا من الصندوق *كرة واحدة*

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرة بيضاء "B

" سحب كرة سوداء " N

" سحب كرة حمراء "R

" عدم سحب كرة سوداء "D

**تمرين 11:** يحتوي صندوق غير كاشف على6 أقراص مرقمة : 1 , 1 , 1 , 2 , 2 , 3 .

نسحب عشوائيا من الصندوق *قرصا واحدا*

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب قرص يحمل الرقم 1 "A

" سحب قرص يحمل الرقم 2 "B

" سحب قرص يحمل الرقم 3 "C

" سحب قرص يحمل رقم فردي "D

" سحب قرص لا يحمل الرقم 1 "E

**تمرين 12 :** يحتوي صندوق غير كاشف على أقراص مرقمة :

قرصان منهم يحملان الرقم 1 و ثلاث أقراص منهم يحملون الرقم 2 و خمسة أقراص تحمل الرقم 4

نسحب عشوائيا من الصندوق *قرصا واحدا*

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب قرص يحمل الرقم 1 "A

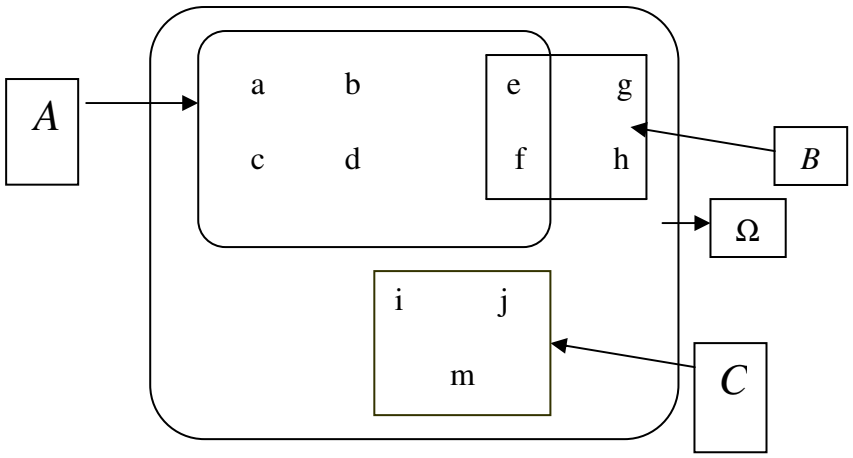
" سحب قرص يحمل الرقم 3 " B

" سحب قرص يحمل رقم زوجي "C

" سحب رقم أصغر من أو يساوي 2 "D

" سحب قرص لا يحمل الرقم 1 "E

**تمرين 13 :** الخطاطة جانبه تبين توزيع تلاميذ أحد الأقسام حسب الممارسة الرياضية :




الفئة $A$ يمارسون كرة القدم

الفئة $B$ يمارسون كرة اليد

الفئة $C$ يمارسون كرة السلة

نختار عشوائيا احد التلاميذ من هذا القسم

1. أكتب $A$ و $B$ و $C$ و $\Omega$ و $A\cap B$ و $A\cup B$ و $A\cap C$ و $A\cup C$ بالتفصيل

2. أحسب : $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C)$ و $P(A\cap B)$ و $P(A\cup B)$ و $P(A\cap C)$ و $P(A\cup C)$

3. تحقق أن : $P(A\cup B)=P(A)+P(A)-P(A\cap B)$

4. تحقق أن : $P(A\cup C)=P(A)+P(C)$

**تمرين 14 :**

1. أحسب : $4!$ و $5!$ و $7!$

2. أحسب : $C_4^2$ و $C_5^2$ و $C_7^4$ و $C_{12}^3$

3. أحسب : $A_4^2$ و $A_5^3$ و $A_7^4$

4. أحسب و بسط : $\frac{10\times 5!}{6\times 8!}$ و $\frac{A_6^3\times A_{10}^4}{A_{10}^5}$

**تمرين 15 :**

يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 6 كرات حمراء و 8 كرات سوداء و كرتين صفراوين

نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق <u>في آن واحد</u>

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

" سحب كرتين بيضاوين "B

" سحب كرتين سوداوين " N

" سحب كرتين حمراوين "R

" سحب كرتين صفراوين "J

" سحب كرتين من نفس اللون "M

" سحب كرتين من لون مختلف "D

" الحصول على كرة سوداء و كرة بيضاء "E

**تمرين 16 :**

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء

نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق *في آن واحد*

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B

" سحب كرتين حمراوين "R

" سحب كرتين من نفس اللون "M

" سحب كرتين من لون مختلف "D

**تمري17 :**

يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء و 3 كرات سوداء

نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الصندوق *في آن واحد*

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب ثلاث كرات بيضاء "B

" سحب ثلاث كرات سوداء " N

" سحب ثلاث كرات حمراء "R

" سحب ثلاث كرات من لون مختلف "D

" سحب ثلاث كرات من نفس اللون "M

**تمرين 18 :**

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B

" سحب كرتين سوداوين " N

" سحب كرتين من نفس اللون "M

" سحب كرتين من لون مختلف "D

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

**تمرين 19 :**

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B

" سحب كرتين سوداوين " N

" سحب كرتين من نفس اللون "M

" سحب كرتين من لون مختلف "D

**الأستاذ: نجيب عثماني**

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com