مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

ملخصي وقواعدي في الرياضيات

مستوى: السنة الثانية من سلك الباكالوريا

- **شعبة التعليم الأصيل: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية**
- **شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية**

ملخص درس الدوال الأسية

1)تعريف : الدالة الأسية النبيرية يرمز لها ب exp وهي معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $(\forall x \in \mathbb{R}); \exp x = e^x$

2)خاصيات: الدالة exp تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

$e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$

$e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ لكل x و y من $\mathbb{R}$

ولدينا: $e^0 = 1$ و $e^1 = e$

$(\forall y \in \mathbb{R})(\forall x \in]0;+\infty[)$, $\left(x = e^y \Leftrightarrow \ln(x) = y\right)$

مثال: $x = \ln 2 \Leftrightarrow e^x = 2$

$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})\ (\forall x \in \mathbb{R}); \ln\left(e^x\right) = x$

3)خاصيات جبرية: $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})$

$(\forall x \in \mathbb{R})e^x > 0$ و $e^x \times e^y = e^{x+y}$ و $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$

$\dfrac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$ و $e^{rx} = \left(e^x\right)^r$

مثال 1: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $e^{x+1} = 4$ 2) $e^{1-x} \times e^{2x} = e$ 3) $e^{1+x} = \dfrac{1}{e^{2x-3}}$ 4) $\dfrac{e^{2x+1}}{e^{x-3}} = e$

الحل: 1) $e^{1-x+2x} = e^1 \Leftrightarrow e^{1-x} \times e^{2x} = e$

$e^{1+x} = e^1 \Leftrightarrow 1+x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ ومنه : $S = \{0\}$

2) $e^{x-2} = e^1 \Leftrightarrow e^{x-2} = e$

$x-2 = 1 \Leftrightarrow x = 3$ ومنه : $S = \{3\}$

3) $e^{1+x} = e^{-(2x-3)} \Leftrightarrow e^{1+x} = \dfrac{1}{e^{2x-3}}$

$3x = 2 \Leftrightarrow 1+x = -2x+3 \Leftrightarrow e^{1+x} = e^{-2x+3} \Leftrightarrow$

$x = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow$ ومنه : $S = \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$

4) $e^{(2x+1)-(x-3)} = e^1 \Leftrightarrow \dfrac{e^{2x+1}}{e^{x-3}} = e$

$e^{2x+1-x+3} = e^1 \Leftrightarrow$

$x = -3 \Leftrightarrow x+4 = 1 \Leftrightarrow 2x+1-x+3 = 1 \Leftrightarrow$

ومنه : $S = \{-3\}$

مثال2: حدد مجموعة تعريف الدالة f : $f(x) = \dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}$

الحل: $D_f = \{x \in \mathbb{R} / e^x - 1 \neq 0\}$

$e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow e^x = e^0 \Leftrightarrow x = 0$ ومنه : $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

مثال 3: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية:

$e^{7x-1} \geq e^{2x-3} \times e^{x-2}$

الحل: $e^{7x-1} \geq e^{2x-3+x-2} \Leftrightarrow e^{7x-1} \geq e^{2x-3} \times e^{x-2}$

$7x-1 \geq 2x-3+x-2 \Leftrightarrow 4x \geq -4 \Leftrightarrow$

$x \geq -1 \Leftrightarrow$ ومنه : $S = [-1;+\infty[$

4)النهايات : خاصية1 : $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ و **خاصية2 :** $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

مثال: أحسب النهايات الآتية:

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{e^x + 3}$ 2) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2e^x - 1}{e^x + 1}$

الحل: 1) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2e^x - 1}{e^x + 2} = \dfrac{+\infty}{+\infty}$ شكل غير محدد

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2e^x - 1}{e^x + 2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x\left(2 - \frac{1}{e^x}\right)}{e^x\left(1 + \frac{2}{e^x}\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2 - \frac{1}{e^x}}{1 + \frac{2}{e^x}} = \frac{2-0}{1+0} = 2$$

2) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{e^x}{e^x + 3} = \dfrac{+\infty}{+\infty}$ شكل غير محدد

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{e^x + 3} = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{e^x\left(1 + \frac{3}{e^x}\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{1 + \frac{3}{e^x}} = \frac{1}{1+0} = 1$$

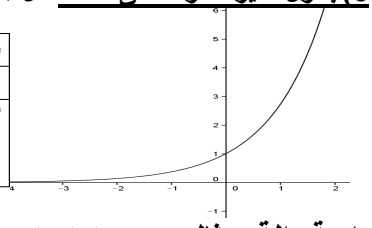
5)مشتقة الدالة. $x \mapsto e^x$

نقبل أن الدالة exp قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

و لدينا: $\left(e^x\right)' = e^x$: $(\forall x \in \mathbb{R})$

6)جدول تغيرات ومنحنى الدالة $x \mapsto e^x$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$



دراسة دالة مثال: نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$f(x) = e^x + 3x$

1)حدد D_f 2) أحسب $f(0)$ و $f(1)$ (أعط قيمة مقربة للنتائج)

3) أحسب $f'(x)$ وأدرس اشارتها

4)أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

5) حدد جدول تغيرات الدالة f

الحل: 1) $D_f = \mathbb{R}$ 2) $f(0) = e^0 + 3 \times 0 = 1 - 0 = 1$

$f(1) = e^1 + 3 \times 1 = e + 3 \simeq 2,7 + 3 \simeq 5,7$

3) $f'(x) = \left(e^x + 3x\right)' = \left(e^x\right)' + (3x)' = e^x + 3 > 0$

لأن: $(\forall x \in \mathbb{R})e^x > 0$ ومنه f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

4)أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} e^x + 3x = 0 + 3(-\infty) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} e^x + 3x = +\infty + 3(+\infty) = +\infty$

5)جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	0 ↗	$+\infty$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com