Madarisy.com : مصدر هذا الملف هو موقع مدارسي

Nisse Groupe Scolaire

Contrôle Continu 3 (S1)
- 18 Décembre 2019 -

2ème bac : G.C.GE
Durée : 2 Heures
Prof : G.A

Exercice 1 (6 points)

Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 7$ et $u_{n+1} = \frac{1}{9}u_n + 8$; $(n \in \mathbb{N})$

0,5 1) a) Calculer u_1 et u_2

1 b) Démontrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$ $u_n < 9$

1 c) Montrer que la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est strictement croissante.

0,5 d) Déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N})$ $u_n \in [7; 9]$

2) On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = u_n - 9$

1,25 a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $q = \frac{1}{9}$ en donnant son premier terme v_0.

1,25 b) Ecrire v_n en fonction de n puis déduire que $u_n = 9 - 2\times\left(\frac{1}{9}\right)^n$

0,5 c) Calculer la limite de la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ (justifier votre réponse)

Exercice 2 (8 points)

On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $I =]0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x} + 2 - \frac{2}{\sqrt{x}}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

1 b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$. Déduire la branche infinie de la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.

1 2) a) Montrer que $(\forall x \in]0; +\infty[)$ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x\sqrt{x}}$. Déduire que $f'(x) > 0$

1 b) Dresser le tableau de variations de f sur I.

1 c) Ecrire l'équation de la tangente à (C) au point d'abscisse 1.

1 3) a) Prouver que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]\frac{1}{2}; 1[$.

1 b) Calculer $f((\sqrt{3}-1)^2)$ puis déduire la valeur exacte de α.

1 c) Construire la courbe (C). ($\alpha \simeq 0,7$; $f(4) = 3$).

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هذا الملف هو موقع مدارسي

Exercice 3 (6 points)

Soit la suite récurrente $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n + 1}$; $(n \in \mathbb{N})$.

0,5 1) a) Calculer u_1 et u_2.

1 b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$ $u_n > 0$

1,25 c) Montrer que $(u_n)_{n\geq 0}$ est décroissante et déduire que $(\forall n \in \mathbb{N})$ $0 < u_n \leq \frac{1}{2}$

2) On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = \frac{1}{u_n}$.

1,25 a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$ $v_{n+1} - v_n = 1$ puis déduire la nature de la suite $(v_n)_{n\geq 0}$ en donnant son premier terme v_0.

1 b) Ecrire v_n en fonction de n puis déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N})$ $u_n = \frac{1}{n+2}$.

0,25 c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

0,75 3) Calculer en fonction de n la somme : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع