Groupe Scolaire Lissé

مراقبة مستمرة 3 — 19 ماي 2015

السنة 2 من سلك البكالوريا — مسلك: ع ق ت م — مدة الإنجاز: ساعتان

تمرين (1) (3 ن)

1) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة: $x^2+6x-7=0$ — 0,5

2) استنتج حلول المعادلتين: $e^{2x}+6e^x-7=0$; $\ln^2 x+6\ln x-7=0$ — 1,5

3) حل المتراجحة: $\ln^2 x \geq 7-6\ln x$ — 1

تمرين (2) (3,5 ن)

1) أ- بين أن لكل x من $]-3;+\infty[$: $\frac{x^2-x}{x+3}=x-4+\frac{12}{x+3}$ — 0,5

ب- استنتج أن: $\int_0^6 \frac{x^2-x}{x+3}dx = 12\ln(3)-6$ — 1

2) أ- أثبت أن: $\int_0^6 (2x-1)\ln(x+3)dx = 60\ln(3)-\int_0^6 \frac{x^2-x}{x+3}dx$ — 1,5

ب- استنتج قيمة التكامل: $I=\int_0^6 (2x-1)\ln(x+3)dx$ — 0,5

تمرين (3) (6,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي:

$u_0=-1$ ولكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\frac{u_n-4}{u_n+5}$

1) أ- تحقق أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}+2=\frac{3(u_n+2)}{u_n+5}$ — 0,5

ب- برهن أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n > -2$ — 1

ج- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=-\frac{(u_n+2)^2}{u_n+5}$ — 1,5

ثم استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة.

2) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\frac{1}{u_n+2}$.

أ- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1}-v_n=\frac{1}{3}$ ثم استنتج طبيعة المتتالية (v_n) محدداً أساسها وحدها الأول — 1

ب- اكتب v_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ — 0,5

ج- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n=-\frac{2n+3}{n+3}$ واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ — 1

3) حدد أصغر عدد صحيح طبيعي n بحيث: $u_n+2<\frac{1}{33}$ — 1

تمرين (4) (7 ن)

يحتوي صندوق على عشر كرات (لا يمكن التمييز بينها باللمس) موزعة حسب الجدول التالي:

الحرف الذي تحمله / اللون	A	G
أخضر	2	4
أحمر	1	3

1) نسحب عشوائيا تآنيا ثلاث كرات من الصندوق.

نعتبر الأحداث التالية:

E « الكرات المسحوبة لها نفس اللون »

C « الكرات المسحوبة تحمل الحرف G »

O « من بين الكرات المسحوبة، نوجد على الأقل كرة واحدة حمراء »

أ- احسب احتمالات الأحداث E و C و O. — 1,5

ب- بين أن احتمال الحدث EnC هو $\frac{1}{24}$ — 1

ج- احسب احتمال الحدث C علما أن الحدث A محقق. — 0,5

2) نسحب الآن عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق وليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل الحرف A.

أ- تحقق أن القيم التي يأخذها X هي 0 ; 1 ; 2 ; 3. — 0,5

ب- بين أن $p(X=1)=\frac{21}{40}$ و $p(X=2)=\frac{7}{40}$. احسب $p(X=0)$ و $p(X=3)$ — 3

ج- تحقق أن الأمل الرياضي لـ X هو 0,9. — 0,5