مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

الثانية إقتصاد وتدبير

تصحيح الامتحان الوطني الاستدراكي 2017

التمرين الأول : (4,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{2u_n+3}$ لكل n من $\mathbb{N}$	
1. أ- أحسب u_1 و u_2	0,5
1. ب- تحقق من أن $u_{n+1}-1=\frac{u_n-1}{2u_n+3}$ ثم بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n>1$	0,75
1. ج- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=2\left(\frac{1-u_n^2}{2u_n+3}\right)$	0,5
1. د- استنتج أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية و أنها متقاربة	0,5
2. نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $v_n=\frac{u_n-1}{u_n+1}$ لكل n من $\mathbb{N}$	
2. أ- تحقق أن لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n\neq 1$	0,25
2. ب- أحسب v_0	0,25
2. ج- بين أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{1}{5}$	0,5
2. د- أحسب v_n بدلالة n	0,25
3.أ- بين أن $u_n=\frac{1+v_n}{1-v_n}$	0,25
3. ب- استنتج أن : $u_n=\frac{1+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^n}{1-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^n}$	0,5
3. ج- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$	0,25

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

التمرين الثاني : (4 ن)

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء تحمل الأعداد 0، 1، 2 و كرتين لونهما أسود تحملان العددين 1، 2 ، كلها غير قابلة للتمييز باللمس .
نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .

1. نعتبر الحدثين A و B التاليين :
A " الكرتان المسحوبتان تحملان العدد 1 "
B " سحب كرة بيضاء في المرة الأولى "

1. أ- بين أن $p(A)=\frac{1}{10}$ — 0,5

1. ب- أحسب احتمال الحدث B و بين أن $p(A\cap B)=\frac{1}{20}$ — 1

1. ج- هل الحدثان A و B مستقلان ؟ علل جوابك . — 0,5

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي جداء العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان .

2. أ- أنقل الجدول جانبه إلى ورقة تحريرك ثم أتمم ملأه معللا جوابك — 1,5

x_i	0	1	2	4
$p(X=x_i)$				

2. ب- أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X — 0,5

التمرين الثالث : (1,5 ن)

نضع : $I=\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx$ و $J=\int_0^1 \frac{x^3}{x^2+1}dx$

1. أحسب I — 0,5

2. أحسب $I+J$ — 0,5

3. استنتج أن $J=\frac{1}{2}(1-\ln 2)$ — 0,5

التمرين الرابع : (10 ن)

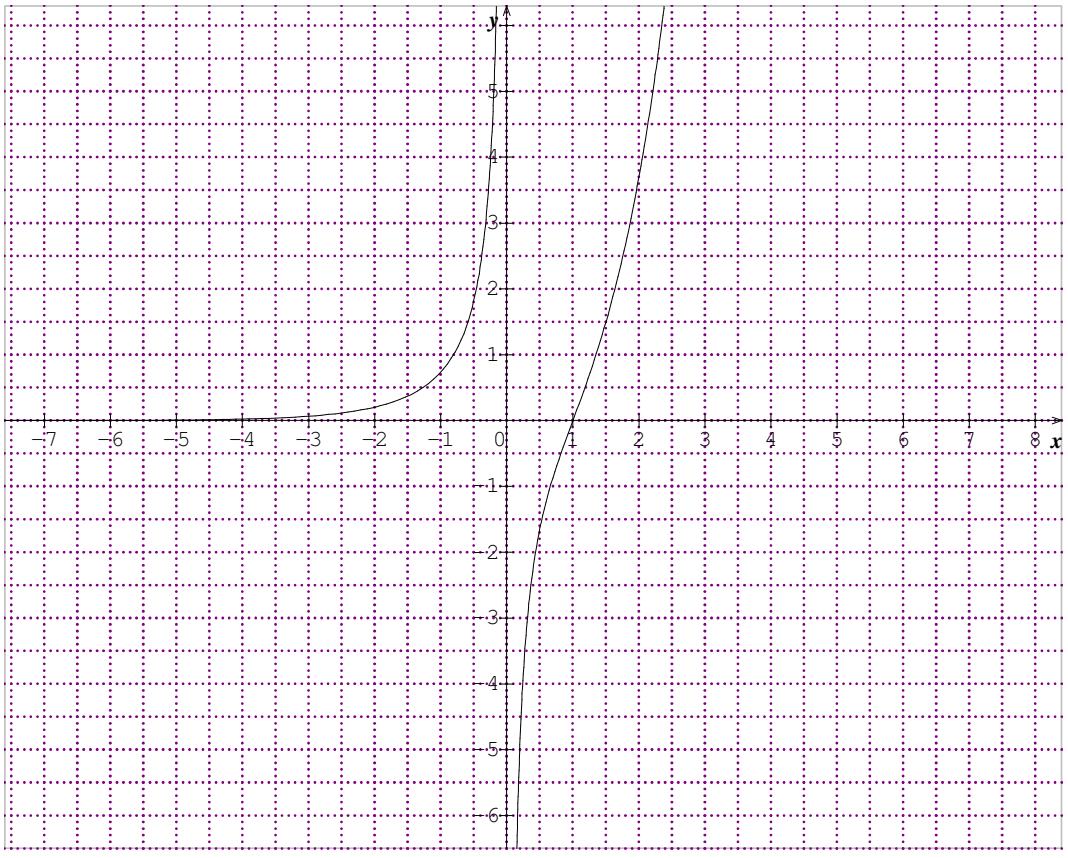
نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي : $f(x)=\left(\frac{x-1}{x}\right)e^x$ و ليكن (C_f) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أ- أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و بين أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ ثم اعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة . — 1,75

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

1. ب- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم اعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة .	0,75
1. ج- بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}} f(x)=+\infty$ و أن $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)=-\infty$ ثم اعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة .	1,75
2. أ- بين أن لكل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\dfrac{(x^2-x+1)}{x^2}e^x$	1
2. ب- بين أن $f'(x)>0$ لكل x من $\mathbb{R}^*$	1
2. ج- استنتج منحى تغيرات الدالة f على $]-\infty,0[$ ثم على $]0,+\infty[$	0,5
2. د- أحسب $f(1)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f	1,25
3. في الشكل أسفله (C_f) هو التمثيل المبياني للدالة f	
3. أ- اعط معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الأفصول 1	1
3. ب- حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=2$	0,5
3. ج- حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة : $f(x)=-2$	0,5



للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

تصحيح التمرين الأول

1. أ-

$$u_1=\frac{3u_0+2}{2u_0+3}=\frac{3(2)+2}{2(2)+3}=\frac{8}{7}$$

$$u_2=\frac{3u_1+2}{2u_1+3}=\frac{3\left(\frac{8}{7}\right)+2}{2\left(\frac{8}{7}\right)+3}=\frac{\frac{38}{7}}{\frac{37}{7}}=\frac{38}{37}$$

1. ب-

✓ **ليكن** $n\in\mathbb{N}$

لدينا :

$$u_{n+1}-1=\frac{3u_n+2}{2u_n+3}-1=\frac{3u_n+2-2u_n-3}{2u_n+3}=\frac{u_n-1}{2u_n+3}$$

إذن : $u_{n+1}-1=\frac{u_n-1}{2u_n+3}$ **لكل** n **من** $\mathbb{N}$

✓

- **من أجل** $n=0$ **:**
  لدينا $u_0=2$
  إذن : $u_0>1$
- **ليكن** $n\in\mathbb{N}$
  نفترض أن $u_n>1$
  و نبين أن $u_{n+1}>1$ **؟**
  لدينا : $u_{n+1}-1=\frac{u_n-1}{2u_n+3}$
  و حسب الافتراض $u_n>1$ **إذن** $u_n-1>0$ **و** $2u_n+3>0$
  إذن $\frac{u_n-1}{2u_n+3}>0$ **إذن** $u_{n+1}-1>0$
  و منه $u_{n+1}>1$
- **نستنتج أن :** $u_n>1$ **لكل** n **من** $\mathbb{N}$

1. ج- ليكن $n\in\mathbb{N}$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

لدينا : $u_{n+1}-u_n=\frac{3u_n+2}{2u_n+3}-u_n=\frac{3u_n+2-2u_n^2-3u_n}{2u_n+3}=\frac{2\left(1-u_n^2\right)}{2u_n+3}=2\left(\frac{1-u_n^2}{2u_n+3}\right)$

إذن : لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=2\left(\frac{1-u_n^2}{2u_n+3}\right)$

1. د-

✓ ليكن $n\in\mathbb{N}$

لدينا : $u_n>1$ إذن : $1-u_n^2<0$ و $2u_n+3>0$

إذن $2\left(\frac{1-u_n^2}{2u_n+3}\right)<0$

و منه لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n<0$

و بالتالي $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية

✓ بما أن $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية و مصغورة (بالعدد 1) فإن $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة

2. أ- نفترض أنه يوجد n من $\mathbb{N}$ بحيث : $v_n=1$

إذن : $\frac{u_n-1}{u_n+1}=1$

إذن : $u_n-1=u_n+1$

إذن $-1=1$

و هذا غير ممكن

و بالتالي : لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n\neq1$

2. ب- $v_0=\frac{u_0-1}{u_0+1}=\frac{2-1}{2+1}=\frac{1}{3}$

2. ج – ليكن $n\in\mathbb{N}$:

لدينا : $v_{n+1}=\frac{u_{n+1}-1}{u_{n+1}+1}=\frac{\frac{3u_n+2}{2u_n+3}-1}{\frac{3u_n+2}{2u_n+3}+1}=\frac{\frac{u_n-1}{2u_n+3}}{\frac{5u_n+5}{2u_n+3}}=\frac{u_n-1}{5\left(u_n+1\right)}=\frac{1}{5}v_n$

إذن : لكل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1}=\frac{1}{5}v_n$

و منه : $\left(v_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $q=\frac{1}{5}$

2. د- ليكن $n\in\mathbb{N}$:

لدينا : $v_n=v_0.q^n$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

إذن : $v_n=\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{5}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$

3. أ- ليكن $n\in\mathbb{N}$:

لدينا :

$$v_n=\frac{u_n-1}{u_n+1} \Leftrightarrow u_n-1=(u_n+1)v_n$$
$$\Leftrightarrow u_n-1=u_nv_n+v_n$$
$$\Leftrightarrow u_n-u_nv_n=1+v_n$$
$$\Leftrightarrow u_n(1-v_n)=1+v_n$$
$$\Leftrightarrow u_n=\frac{1+v_n}{1-v_n}$$

إذن : لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n=\frac{1+v_n}{1-v_n}$

3. ب- ليكن $n\in\mathbb{N}$:

لدينا : $u_n=\frac{1+v_n}{1-v_n}$ و $v_n=\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{5}\right)^n$

إذن : لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n=\frac{1+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^n}{1-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^n}$

3. ج- بما أن $-1<\frac{1}{5}<1$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{5}\right)^n=0$

فإن : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^n}{1-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^n}=1$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

تصحيح التمرين الثاني

التجربة " سحب بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق "
ليكن Ω كون إمكانيات هذه التجربة

لدينا : $card\,\Omega = A_5^2 = 20$

1. أ- A **" الكرتان المسحوبتان تحملان العدد 1 "**

$$cardA = A_2^2 = 2$$

$$p(A) = \frac{cardA}{card\,\Omega} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

1. ب-

✓ B **" سحب كرة بيضاء في المرة الأولى "**

$$cardB = A_3^1 \times A_4^1 = 3 \times 4 = 12$$

$$p(B) = \frac{cardB}{card\,\Omega} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

✓ $A \cap B$ **" الكرتان المسحوبتان تجملان العدد 1 و الكرة المسحوبة في المرة الأولى بيضاء "**

$$card\,(A \cap B) = A_1^1 \times A_1^1 = 1$$

$$p(A \cap B) = \frac{card\,(A \cap B)}{card\,\Omega} = \frac{1}{20}$$

1. ج- لدينا : $p(A \cap B) = \frac{1}{20}$ و $p(A) \times p(B) = \frac{1}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{50}$

بما أن $p(A \cap B) \neq p(A) \times p(B)$ **فإن الحدثين** A **و** B **غير مستقلين .**

2. أ-

$$\begin{cases} 0,\overline{0} \\ \overline{0},0 \end{cases} \rightarrow X = 0$$

$$p(X = 0) = \frac{2\left(A_1^1 \times A_4^1\right)}{20} = \frac{2 \times 1 \times 4}{2} = \frac{2}{5}$$

$$1,1 \rightarrow X = 1$$

$$p(X = 1) = p(A) = \frac{1}{10}$$

$$\begin{cases} 1,2 \\ 2,1 \end{cases} \rightarrow X = 2$$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

$$p(X=2)=\frac{2\left(A_2^1\times A_2^1\right)}{20}=\frac{2\times2\times2}{20}=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$$

$$2,2 \quad \rightarrow \quad X=4$$

$$p(X=4)=\frac{A_2^2}{20}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$$

x_i	0	1	2	4
$p(X=x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$

2. ب- الأمل الرياضي :

$$E(X)=\left(0\times\frac{2}{5}\right)+\left(1\times\frac{1}{10}\right)+\left(2\times\frac{2}{5}\right)+\left(4\times\frac{1}{10}\right)=\frac{1}{10}+\frac{4}{5}+\frac{4}{10}=\frac{13}{10}$$

تصحيح التمرين الثالث

1. $I=\int_0^1\frac{x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{2x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\left[\ln\left|x^2+1\right|\right]_0^1=\frac{1}{2}\ln(2)-\frac{1}{2}\ln(1)=\frac{1}{2}\ln(2)$

2. $I+J=\int_0^1\frac{x^3}{x^2+1}dx+\int_0^1\frac{x}{x^2+1}dx=\int_0^1\frac{x^3+x}{x^2+1}dx=\int_0^1\frac{x\left(x^2+1\right)}{x^2+1}dx=\int_0^1 xdx=\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1=\frac{1}{2}$

3. لدينا : $I+J=\frac{1}{2}$ **إذن** $J=\frac{1}{2}-I=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\ln(2)$ **و منه** $J=\frac{1}{2}(1-\ln 2)$

تصحيح التمرين الرابع

1. أ-

✓ **لدينا :** $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x-1}{x}\right)e^x=+\infty$

لأن :
$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x-1}{x}\right)=1\\ \lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty\end{cases}$$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

✓ لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)\dfrac{e^x}{x}=+\infty$

لأن $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)=1\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}=+\infty\end{cases}$

✓ **التأويل الهندسي :** (C_f) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$

1. ب-

✓ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)e^x=0$

لأن : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)=1\\ \lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0\end{cases}$

✓ **التأويل الهندسي :** (C_f) يقبل مقاربا أفقيا معادلته $y=0$ بجوار $-\infty$

1. ج-

✓ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)e^x=+\infty$

لأن : $\begin{cases}\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)=+\infty\\ \lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}}e^x=1\end{cases}$

✓ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)e^x=-\infty$

لأن : $\begin{cases}\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)=-\infty\\ \lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}e^x=1\end{cases}$

✓ **التأويل الهندسي :** (C_f) يقبل مقاربا عموديا معادلته $x=0$

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

2. أ- ليكن $x \in \mathbb{R}^*$:

لدينا :

$$f'(x) = \left(\left(\frac{x-1}{x}\right)e^x\right)'$$

$$= \left(\frac{x-1}{x}\right)'e^x + \left(\frac{x-1}{x}\right)\left(e^x\right)'$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{x^2}e^x + \frac{x-1}{x}e^x$$

$$= \frac{1}{x^2}e^x + \frac{x-1}{x}e^x$$

$$= \left(\frac{1+x^2-x}{x^2}\right)e^x$$

إذن : لكل x **من** $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{\left(x^2-x+1\right)}{x^2}e^x$

2. ب- ليكن $x \in \mathbb{R}^*$:

لدينا $f'(x) = \frac{\left(x^2-x+1\right)}{x^2}e^x$

و لدينا : $e^x > 0$ **و** $x^2 > 0$

إذن إشارة $f'(x)$ **هي إشارة** x^2-x+1

لدينا : $\Delta = (-1)^2 - 4(1)(1) = 1-4 = -3 < 0$ إذن $x^2-x+1 > 0$

و بالتالي : $f'(x) > 0$ **لكل** x **من** $\mathbb{R}^*$

2. ج- على $]-\infty,0[$ **: بما أن** $f'(x) > 0$ **فإن** f **تزايدية قطعا**

و على $]0,+\infty[$ **: بما أن** $f'(x) > 0$ **فإن** f **تزايدية قطعا**

2. د-

- ✓ **لدينا :** $f(1) = \frac{1-1}{1}e^1 = 0$
- ✓ **جدول تغيرات** f **:**

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com

مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي : Madarisy.com

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	
$f(x)$	0 ↗ $+\infty$	$-\infty$ ↗ $+\infty$	

3. أ- معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الأفصول 1 :

$$y = f'(1).(x-1)+f(1)$$

لدينا : $f(1)=0$ و $f'(1)=e$

إذن : $y = e.(x-1)+0$

إذن : $(T): \boxed{y = ex-e}$

3. ب- مبيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=2$ هو عدد نقط تقاطع (C_f) و المستقيم الأفقي الذي معادلته $y=2$:
المعادلة تقبل حلين .

3. ج- مبيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=-2$ هو عدد نقط تقاطع (C_f) و المستقيم الأفقي الذي معادلته $y=-2$:
المعادلة تقبل حلا وحيدا .

つづく

للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع : Madarisy.com