Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Continuité

EL KYAL MOHAMED

➢ Continuité en un point :

f est **continue** en $x_0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

➢ Continuité à droite - Continuité à gauche :

- f est **continue à droite** en $x_0 \Leftrightarrow \lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ >}} f(x) = f(x_0)$
- f est **continue à gauche** en $x_0 \Leftrightarrow \lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ <}} f(x) = f(x_0)$
- f est continue en $x_0 \Leftrightarrow f$ est continue à droite et à gauche en x_0

➢ Continuité sur un intervalle :

- f est continue sur un intervalle ouvert $]a,b[$ si f est continue en chaque élément de $]a,b[$
- f est continue sur un intervalle fermé $[a,b]$ si f est continue sur l'intervalle ouvert $]a,b[$ et f est continue à droite en a et à gauche en b

➢ Opérations sur les fonctions continues:

Soit f et g deux fonctions **continues** sur un intervalle I et k un réel

- Les fonctions $f+g$, $f \times g$, kf et f^n avec $n \in \mathbb{N}$, sont continues sur I
- Les fonctions $\frac{1}{g}$ et $\frac{f}{g}$ sont continues sur I si g ne s'annule pas sur I

Conséquences :

- Les fonctions polynômes sont continues sur $\mathbb{R}$
- Les fonctions rationnelles sont continues sur tout intervalle contenu dans leur domaine de définition
- La fonction : $x \mapsto \sqrt{x}$ est continue sur $[0,+\infty[$

➢ Composé de deux fonctions continues:

Si f une fonction continue sur un intervalle I et g une fonction continue sur l'intervalle $f(I)$, alors la fonction gof est continue sur I

➢ L'image d'un intervalle par une fonction continue:

- L'image d'un segment par une fonction continue est un segment
- L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Cas particuliers :

Soit f est continue et strictement monotone sur un intervalle I

Le tableau suivant illustre les différents cas possibles de l'intervalle $f(I)$

L'intervalle I	L'intervalle $f(I)$	
	f est strictement croissante sur I	f est strictement décroissante sur I
$[a,b]$	$[f(a);f(b)]$	$[f(b);f(a)]$
$[a,b[$	$\left[f(a);\lim\limits_{x\to b^-}f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x\to b^-}f(x);f(a)\right]$
$]a,b]$	$\left]\lim\limits_{x\to a^+}f(x);f(b)\right]$	$\left[f(b);\lim\limits_{x\to a^+}f(x)\right[$
$]a,b[$	$\left]\lim\limits_{x\to a^+}f(x);\lim\limits_{x\to b^-}f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x\to b^-}f(x);\lim\limits_{x\to a^+}f(x)\right[$
$[a,+\infty[$	$\left[f(a);\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x\to+\infty}f(x);f(a)\right]$
$]a,+\infty[$	$\left]\lim\limits_{x\to a^+}f(x);\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x\to+\infty}f(x);\lim\limits_{x\to a^+}f(x)\right[$
$]-\infty,a]$	$\left]\lim\limits_{x\to-\infty}f(x);f(a)\right]$	$\left[f(a);\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)\right[$
$]-\infty,a[$	$\left]\lim\limits_{x\to-\infty}f(x);\lim\limits_{x\to a^-}f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x\to a^-}f(x);\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)\right[$
$\mathbb{R}$	$\left]\lim\limits_{x\to-\infty}f(x);\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x\to+\infty}f(x);\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)\right[$

➢ *Théorème des valeurs intermédiaires :*

Si f est continue sur un intervalle $[a,b]$, alors pour tout réel β compris entre $f(a)$ et $f(b)$ il existe au moins un réel α de l'intervalle $[a,b]$ tel que $f(\alpha)=\beta$

Si f est continue sur un intervalle $[a,b]$ telle que $f(a)\times f(b)<0$ alors l'équation $f(x)=0$ admet au moins une solution α dans l'intervalle $]a,b[$

Si f est continue et strictement monotone sur un intervalle $[a,b]$ telle que $f(a)\times f(b)<0$ alors l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]a,b[$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع