Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Dérivabilité

EL KYAL MOHAMED

➢ Fonction dérivable en un point:

On dit qu'une fonction f est **dérivable** en x_0 si $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ existe et finie

Cette limite est appelée le nombre dérivé de f en x_0, on le note $f'(x_0)$.

➢ L'équation de la tangente à une courbe :

Soit f fonction est dérivable en x_0

L'équation de la tangente à la courbe (C_f) au point d'abscisse x_0 est : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

➢ Dérivabilité à droite, à gauche en un point :

- On dit que f est **dérivable à droite** en x_0, si $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ >}}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ existe et finie

  Cette limite est appelé le nombre dérivé de f à droite en x_0, on le note $f'_d(x_0)$

- On dit que f est **dérivable à gauche** en x_0, si $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ <}}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ existe et finie

  Cette limite est appelé le nombre dérivé de f à gauche en x_0, on le note $f'_g(x_0)$

f dérivable en x_0 ,si et seulement si f est dérivable à droite et à gauche en x_0 et $f'_d(x_0)=f'_g(x_0)$

➢ Dérivabilité et continuité :

Si f une fonction est dérivable en x_0 alors f est continue en x_0

➢ Dérivée des fonctions usuelles :

$f(x)$	$f'(x)$	
k	0	$(k\in\mathbb{R})$
x	1	
$\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{-1}{x^2}$	
x^r	rx^{r-1}	$(r\in\mathbb{Z}^*-\{1\})$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

➢ Opérations sur les fonctions dérivées- dérivée d'une fonction composée :

$(u+v)' = u' + v'$	$(ku)' = k(u)' \quad (k \in \mathbb{R})$
$(uv)' = u'v + uv'$	$(u^n)' = nu'.u^{n-1}$
$\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
$(uov)' = [u'ov] \times v'$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

➢ Dérivée et sens de variation :

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I

- f est **croissante** sur $I \quad \Leftrightarrow \quad \forall x \in I \quad f'(x) \geq 0$
- f est **décroissante** sur $I \quad \Leftrightarrow \quad \forall x \in I \quad f'(x) \leq 0$
- f est **constante** sur $I \quad \Leftrightarrow \quad \forall x \in I \quad f'(x) = 0$

➢ Interprétation géométrique et dérivabilité :

La limite	Dérivabilité en x_0	Interprétation géométrique : (C_f) admet
$\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = a \quad (a \neq 0)$	f est dérivable en x_0	Une tangente au point $A(x_0; f(x_0))$ de coefficient directeur a
$\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = 0$		Une tangente horizontale au point $A(x_0; f(x_0))$
$\lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = a \quad (a \neq 0)$	f est dérivable à droite en x_0	Une demi- tangente à droite au point $A(x_0; f(x_0))$ de coefficient directeur a
$\lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = 0$		Une demi- tangente horizontale à droite au point $A(x_0; f(x_0))$
$\lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = -\infty$	f n'est pas dérivable à droite en x_0	Une demi- tangente verticale à droite au point $A(x_0; f(x_0))$ dirigée vers le bas
$\lim\limits_{x \to x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$		Une demi- tangente verticale à droite au point $A(x_0; f(x_0))$ dirigée vers le haut
$\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = a \quad (a \neq 0)$	f est dérivable à gauche en x_0	Une demi- tangente à gauche au point $A(x_0; f(x_0))$ de coefficient directeur a
$\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = 0$		Une demi-tangente horizontale à gauche au point $A(x_0; f(x_0))$
$\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = -\infty$	f n'est pas dérivable à gauche en x_0	Une demi- tangente verticale à gauche au point $A(x_0; f(x_0))$ dirigée vers le haut
$\lim\limits_{x \to x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$		Une demi- tangente verticale à droite au point $A(x_0; f(x_0))$ dirigée vers le bas

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع