Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Exercice 1 :

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \dfrac{-1+2u_n}{u_n}$

On pose : pour tout entier naturel n, $v_n = \dfrac{1}{-1+u_n}$

1. Calculer u_1 , u_2 et v_0

2. On utilisant une démonstration par récurrence, montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})\ ; 1 \le u_n \le 2$

3. Montrer que (u_n) est une suite décroissante

4. Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique, déterminer sa raison et son premier terme v_0

5. Calculer l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n

6. Calculer les sommes $S = v_1 + \cdots + v_{10}$ et $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ en fonction de n

Exercice 2 :

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{3-2u_n}$

1. a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})\ ; 0 < u_n < 1$

b) Etudier les variations de la suite (u_n)

2. On pose : pour tout entier naturel n, $v_n = \dfrac{u_n}{u_n - 1}$

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique, déterminer sa raison et son premier terme v_0

b. Calculer l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n

c. Calculer les sommes $S = v_1 + \cdots + v_{10}$ et $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ en fonction de n

Exercice 3 :

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par: $f(x) = \dfrac{1}{2}\left(x + \dfrac{2}{x}\right)$

Dresser le tableau de variation de f .

2. On considère la suite (u_n) définie par:

$u_0 = \dfrac{3}{2}$ et $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_{n+1} = f(u_n)$

a. Calculer u_1 et u_2 (donner les résultats sous forme de fractions irréductibles, puis sous forme décimales arrondies à 10^{-2} près).

b. Démontrer, par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a: $\sqrt{2} \le u_{n+1} \le u_n \le \dfrac{3}{2}$ Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - \sqrt{2} \le \dfrac{1}{2}\left(u_n - \sqrt{2}\right)$.

c. En déduire, par récurrence, que pour tout entier n , $0 < u_n - \sqrt{2} \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^n \left(u_0 - \sqrt{2}\right)$.

d. En déduire la limite de la suite (u_n) .

Exercice 4 :

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier n , $u_{n+1} = \sqrt{10u_n}$.

On note f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{10x}$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هذا الملف هو موقع مدارسي

1. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction f et construire sur l'axe des abscisses les premiers termes $u_0 ; u_1 ; u_2 ; \cdots$ de la suite (u_n).
   Quelles conjectures peut-on faire ?
2. Démontrer que la suite (u_n) est croissante, positive et majorée par 10.
3. En déduire que (u_n) converge vers une limite ℓ.
   Déterminer cette limite ℓ

Exercice 5 :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 5$.

1. Calculer u_1 et u_2 Tracer les droites d'équations $y = \frac{1}{3}x + 5$ et $y = x$. Construire sur ce graphique les premières termes $u_0 ; u_1 ; u_2 ; \cdots$ de la suite.
   Quelles conjectures peut-on faire ?
2. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n + h$. Déterminer le réel h pour que la suite (v_n) soit géométrique de raison $\frac{1}{3}$.
3. Exprimer alors v_n, puis u_n, en fonction de n. En déduire la limite de (u_n).

Exercice 6 :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par : $f(x) = 5 - \frac{4}{x+2}$

On admettra que f est dérivable sur $[0;+\infty[$.

1. Démontrer que f est croissante sur $[0;+\infty[$.
2. tracer dans un repère orthonormé la courbe (C) représentative de f ainsi que la droite (D) d'équation $y = x$.
3. Résoudre l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $[0;+\infty[$. On note α la solution.
   On donnera la valeur exacte de α puis on en donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.
4. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.
   a) Tracer la courbe (C) et la droite (D) sur l'intervalle $[0;8]$. Puis, placer les points M_0, M_1 et M_2 d'ordonnée nulle et d'abscisses respectives u_0 ; u_1 et u_2.
   Quelles conjectures peut-on faire sur le sens de variation et la convergence de la suite (u_n) ?
   b) Démontrer, par récurrence, que, pour tout entier naturel n, $0 \le u_n \le u_{n+1} \le \alpha$ Où α est le réel défini dans la question
   c) Peut-on affirmer que la suite (u_n) est convergente ? On justifiera la réponse.
5. Pour tout entier naturel n, on définit la suite (S_n) par : $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$
   a) Calculer S_0, S_1 et S_2. Donner une valeur approchée des résultats à 10^{-2} près.
   b) Montrer que la suite (S_n) diverge vers $+\infty$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع