Madarisy.com : مصدر هذا الملف هو موقع مدارسي

Calcul intégral

EL KYAL MOHAMED

➢ Intégrale d'une fonction continue sur un segment :

Soit f une fonction continue sur un intervalle $[a;b]$ et F une primitive de f sur $[a;b]$

L'intégrale de f de a à b est le nombre réel : $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$

➢ Propriétés :

$\int_a^a f(x)dx = 0$	$\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$
Linéarité: $\int_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ $(k \in \mathbb{R})\ \int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$	
Relation de Chasles: $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$	

➢ Valeur moyenne :

Soit f une fonction continue sur segment $[a;b]$

La valeur moyenne de la fonction f sur $[a;b]$ est le nombre réel :

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

➢ Intégrale et ordre :

si $\forall x \in [a,b]\ \ f(x) \geq 0$, alors $\int_a^b f(x)dx \geq 0$

si $\forall x \in [a,b]\ \ f(x) \geq g(x)$, alors $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$

➢ Intégration par parties :

$$\int_a^b u(x)\times v'(x)dx = [u(x)\times v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)\times v(x)dx$$

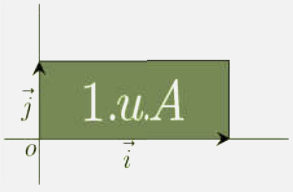
➢ Calcul d'aires :

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(o,\vec{i},\vec{j})$

Soit I et J deux points tels que : $\vec{i} = \overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ} = \vec{j}$

L'unité d'aire, notée $u.A$, est l'aire du rectangle bâti à partir des points O , I et J

$$1.u.A = \left\|\vec{i}\right\| \times \left\|\vec{j}\right\|$$



Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

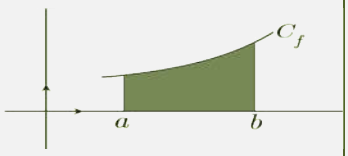
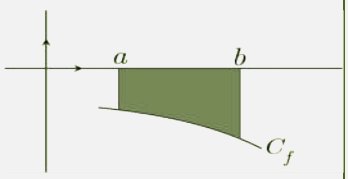
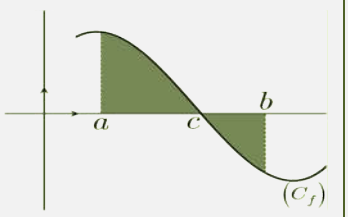
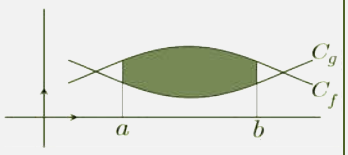
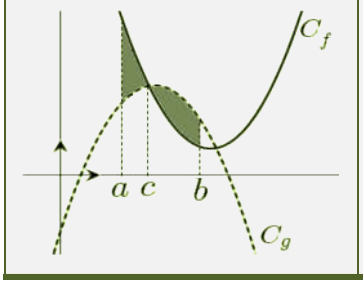
L'aire du domaine délimité par (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=a$ et $x=b$ est:

$$\left(\int_a^b |f(x)|\,dx\right).u.A$$

L'aire du domaine délimité par (C_f), (C_g) et les droites d'équation $x=a$ et $x=b$ est:

$$\left(\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx\right).u.A$$

➢ Cas particuliers :

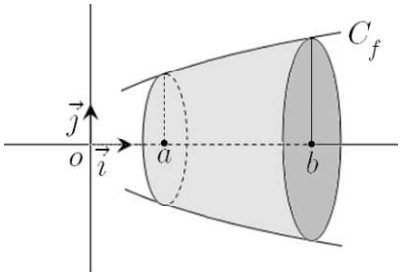
Figure illustrative	Remarque	L'aire du domaine hachuré sur la figure
	f est positive sur $[a;b]$	$\left(\int_a^b f(x)\,dx\right).u.A$
	f est négative sur $[a;b]$	$\left(\int_a^b -f(x)\,dx\right).u.A$
	• f est positive sur $[a;c]$ • f est négative sur $[c;b]$	$\left(\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b -f(x)\,dx\right).u.A$
	(C_f) est au dessus de (C_g) sur $[a;b]$	$\left(\int_a^b (f(x)-g(x))\,dx\right).u.A$
	• (C_f) est au dessus de (C_g) sur $[a;c]$ • (C_f) est au dessous de (C_g) sur $[c;b]$	$\left(\int_a^c (f(x)-g(x))\,dx+\int_c^b (g(x)-f(x))\,dx\right).u.A$

➢ Calcul de volumes :

Le volume du solide de révolution engendré par la rotation de la courbe (C_f) sur $[a;b]$, un tour complet autour de l'axe des abscisses est:

$$V=\left[\int_a^b \pi\left(f(x)\right)^2 dx\right]u.v$$

$u.v$: unité de volume



Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع