Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة العادية 2023

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

NS 22F	الموضوع	ssssssssssssssssssss-sss

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude de fonctions numériques, calcul intégral et suites numériques	11 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Exercice 1 (*3points*) :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(0,1,4)$, $B(2,1,2)$, $C(2,5,0)$ et $\Omega(3,4,4)$.

0.25 1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=4\left(2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}\right)$

0.5 b) En déduire l'aire du triangle ABC et la distance $d\left(B,(AC)\right)$

2) Soit D le milieu du segment $[AC]$

0.25 a) Vérifier que $\overrightarrow{D\Omega}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right)$

0.5 b) En déduire que $d\left(\Omega,(ABC)\right)=3$.

3) Soit (S) la sphère d'équation $x^2+y^2+z^2-6x-8y-8z+32=0$

0.5 a) Déterminer le centre et le rayon de la sphère (S)

0.5 b) Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) en un point que l'on déterminera.

0.5 4) Soient (Q_1) et (Q_2) les deux plans parallèles à (ABC) tels que chacun d'eux coupe (S) suivant un cercle de rayon $\sqrt{5}$

Déterminer une équation cartésienne pour chacun des deux plans (Q_1) et (Q_2)

Exercice 2 (*3points*) :

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $a=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$, $b=1+\sqrt{2}+i$, $c=\bar{b}$ et $d=2i$

0.25 1) Écrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique.

0.25 2) a) Vérifier que $b-d=c$

0.5 b) Montrer que $\left(\sqrt{2}+1\right)(b-a)=b-d$ et déduire que les points A, B et D sont alignés.

0.25 3) a) Vérifier que $ac=2b$

0.5 b) En déduire que $2arg(b)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$

4) Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$ et qui transforme chaque point M du plan d'affixe z en un point M' d'affixe z'.

0.25 a) Montrer que $z'=\frac{1}{2}az$

0.5 b) En déduire que $R(C)=B$ et que $R(A)=D$

0.5 c) Montrer que $\frac{b-a}{c-a}=\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)a$, puis déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right)$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Exercice 3 (*3points*) :

Une urne U_1 contient six boules portant les nombres : 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 1 ; 2 et une urne U_2 contient cinq boules portant les nombres: 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2.
On suppose que les boules des deux urnes sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience aléatoire suivante :
« On tire une boule de l'urne U_1 et on note le nombre a qu'elle porte, puis on la met dans l'urne U_2, ensuite on tire une boule de l'urne U_2 et on note le nombre b qu'elle porte ».

On considère les événements suivants :

A : "la boule tirée de l'urne U_1 porte le nombre 1"

B : "le produit ab est égal à 2 "

0.5 1) a) Calculer $p(A)$; la probabilité de l'événement A .

0.5 b) Montrer que $p(B)=\frac{1}{4}$ (On peut utiliser l'arbre des possibilités)

0.75 2) Calculer $p(A/B)$; probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

3) Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque résultat de l'expérience, le produit ab

0.25 a) Montrer que $p(X=0)=\frac{1}{3}$

0.5 b) Donner la loi de probabilité de X (Remarquer que les valeurs prises par X sont : 0 ; 1 ; 2 et 4)

0.5 c) On considère les événements :

M : " le produit ab est pair non nul" et N : "le produit ab est égal à 1 "

Montrer que les événements M et N sont équiprobables.

Problème (*11points*) :

On considère la fonction numérique f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=2-\frac{2}{x}+(1-\ln x)^2$

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : $1cm$).

0.25 1) a) Vérifier que pour tout $x\in]0,+\infty[$: $f(x)=\frac{3x-2-2x\ln x+x(\ln x)^2}{x}$

0.5 b) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} x(\ln x)^2=0$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ (On peut poser : $t=\sqrt{x}$)

0.5 c) Déduire que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$, puis donner une interprétation géométrique du résultat.

0.75 d) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, puis montrer que la courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$

0.5 2) Montrer que pour tout $x\in]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{2(1-x+x\ln x)}{x^2}$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هذا الملف هو موقع مدارسي

3) En exploitant le tableau de variation ci-dessous, de la fonction dérivée f' de f sur $]0,+\infty[$:

x	0		1		β		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$f'(\beta)$	↘	0

(On donne $\beta \in 4.9)$

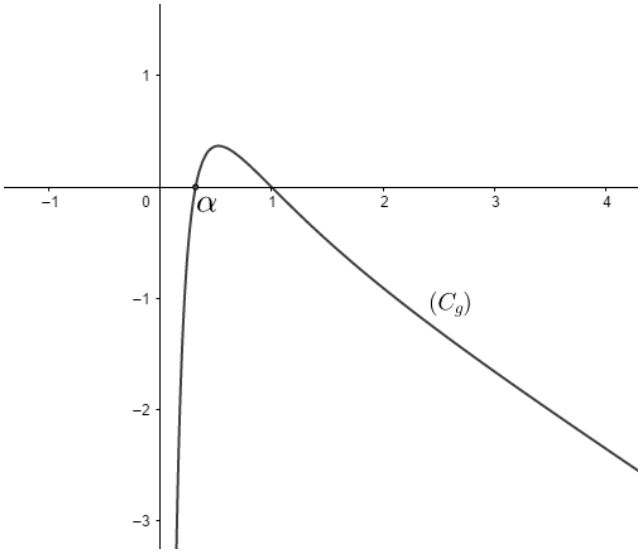
0.5 a) Prouver que f est strictement croissante sur $]0,+\infty[$ puis dresser le tableau de variations de f

0.5 b) Donner le tableau de signe de la dérivée seconde f'' de la fonction f sur $]0,+\infty[$

1 c) Déduire la concavité de la courbe (C_f) en précisant les abscisses de ses deux points d'inflexion.

4) La courbe (C_g) ci-contre est la représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto f(x) - x$ et qui s'annule en α et 1 ($\alpha \in]0,3[$)

Soit (Δ) la droite d'équation $y = x$.



0.5 a) A partir de la courbe (C_g), déterminer le signe de la fonction g sur $]0,+\infty[$

0.5 b) Déduire que la droite (Δ) est en dessous de (C_f) sur l'intervalle $[\alpha,1]$ et au-dessus de (C_f) sur les intervalles $]0,\alpha]$ et $[1,+\infty[$

1.5 5) Construire la courbe (C_f) et la droite (Δ) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

(On prend : $\alpha \in 0.3$, $\beta \in 4.9$ et $f(\beta) \in 1.9$)

0.5 6) a) Vérifier que la fonction $x \mapsto 2x - x\ln x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto 1 - \ln x$ sur $[\alpha,1]$

1 b) En utilisant une intégration par parties, montrer que $\int_\alpha^1 (1-\ln x)^2 dx = 5(1-\alpha) + \alpha(4-\ln\alpha)\ln\alpha$

0.75 c) Déduire en fonction de α l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 1$

7) Soit la suite numérique (u_n) définie par $u_0 \in]\alpha,1[$ et la relation $u_{n+1} = f(u_n)$, pour tout $n \in$

0.5 a) Montrer par récurrence que $\alpha < u_n < 1$, pour tout n de

0.5 b) Montrer que la suite (u_n) est croissante. (on peut utiliser la question 4) b)

0.75 c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع