Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

EXERCICES ET PROBLÈMES

Exercice 1 :

Soit f la fonction définie sur IR par :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3-8}{x-2} & si\ x\in]-\infty,2[\\ f(x)=\sqrt{x+2}+10 & si\ x\in[2,+\infty[\end{cases}$$

1) Calculer $f(2)$ *et* $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

2) Est-ce que la fonction f est continue en **2 ?**

3) Etudier la continuité de f sur IR.

4) Etudier la dérivabilité de f en **2**, et interpréter géométriquement les résultats.

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie par : $f(x)=x^3+3x-2$

1) Montrer que l'équation $f(x)=0$ a une seule solution α sur $[0;+\infty[$ et que $\alpha\in]0;1[$.

2) Donner un encadrement d'amplitude $0{,}125$ de α.

3) En déduire que :

$\left(\forall x\in[0;\alpha]\right);\ f(x)\le 0$ *et* $\left(\forall x\in[\alpha;+\infty[\right);\ f(x)\ge 0$

4) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera, puis calculer $f(0)$; $f^{-1}(-2)$ *et* $\left(f^{-1}\right)'(-2)$.

Exercice3 :

Soit f la fonction définie sur IR par :

$$\begin{cases} f(x)=3-3x-x^3 & si\ x\in]-\infty,1[\\ f(x)=\sqrt{x^2-1}-1 & si\ x\in[1,+\infty[\end{cases}$$

et sa courbe dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Etudier la continuité de f à droite et à gauche en **1**.

2) **a)** Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en **1.** Puis Interpréter graphiquement les résultats.

3) calculer $f'(x)$ pour $x\in]-\infty,1[$.

4) Montrer que le point $I(0;3)$ est un point d'inflexion de (C_f).

5) Donner le tableau de variation de f sur **IR**.

6) Etudier les branches infinies de (C_f).

7) Ecrire une équation de la tangente à (C_f) au point I

8) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α *dans* $]-\infty,1[$ et que $\alpha\in]0;1[$.

9) Tracer la courbe (C_f) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

10) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $]-\infty,1[$, montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera, puis tracer sa courbe dans le repère précédant.

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Exercice4 :

Soit f une fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$

1) Déterminer D_f , puis étudier les variations de f .

2) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $]-\infty;-2]$, montrer que g admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J que l'on précisera.

3) Calculer $g^{-1}\left(-\dfrac{9}{2}\right)$, puis déterminer $g^{-1}(x)$.

Exercice 5 :

On considère la fonction g définie par :

$$f(x)=\sqrt{\frac{x}{x+1}}$$

1) Déterminer D_f , calculer les limites de la fonction f aux bornes ouvertes de D_f .

2) **a** - Vérifier que $\left(\forall x\in[0;+\infty[\right);\ \dfrac{x}{x+1}=1-\dfrac{1}{x+1}$

b - En déduire que f est strictement croissante sur $I=[0;+\infty[$.

3) Soit g la restriction de f sur l'intervalle I .

a) Montrer que g admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J à déterminer.

b) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour $x\in J$.

Exercice 6 :

Soit f une fonction définie par : $f(x)=x+\sqrt{x^2-1}$

1) Déterminer D_f , puis calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) Soit f la restriction de f sur $I=[1;+\infty[$.

a) Montrer que f admet une fonction réciproque définie sur un intervalle α que l'on précisera.

b) Donner le tableau de variation de g .

c) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour $x\in J$.

Exercice 7 :

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par :

$$f(x)=x-4\sqrt{x}+3$$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) Montrer que l'équation $f(x)=x^2$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]0;1[$.

3) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I=[4;+\infty[$

a) Montrer que g admet une fonction réciproque et préciser son domaine de définition J .

b) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour $x\in J$.

Exercice 8 :

Calculer les limites suivantes.

$$A=\lim_{x\to-\infty}\sqrt[3]{5-x^3}+x \qquad B=\lim_{x\to1}\frac{\sqrt[3]{3x+5}-2}{x-1}$$

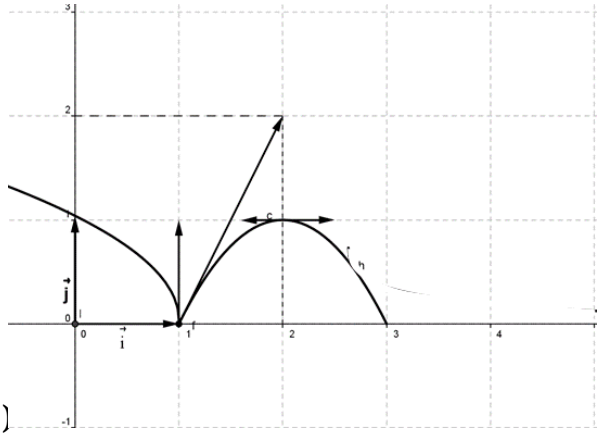
$$C=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{8x^3+x^2}-x}{x} \qquad D=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[3]{x^3-x}}{\sqrt{4x^2+x}}$$

$$E=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt[3]{x^3+1}-1}{\sqrt{x^2+1}-1} \qquad F=\lim_{x\to0}\frac{\sin(x)}{\sqrt[3]{x+1}-1}$$

Rappel : $a+b=\dfrac{a^3+b^3}{a^2-ab+b^2}$ *et* $a-b=\dfrac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$

Exercice 9 :

La courbe si dessous et celle (C_f) d'une fonction f définie sur $]-\infty;3]$.



1) Déterminer $f'(2)$, (justifier)

2) Donner $f_d'(1)$, justifier.

3) f est –elle dérivable à gauche en 1, justifier ?

4) Déterminer $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{f(x)}{x-1}$.

5) Dresser le tableau de variation de f sur $]-\infty;3]$.

Exercice10 :

Soit la fonction : $f: x\mapsto\dfrac{x\left(x^2+1\right)}{x^2-1}$

et (C_f) sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Déterminer D_f , puis étudier la continuité et la dérivabilité de f sur D_f . Justifier les réponses !

2) Etudier la parité de f et en déduire un élément de symétrie de (C_f) .

3) Etudier les limites de f aux bornes du domaine D_f et en déduire les asymptotes éventuelles à (C_f) .

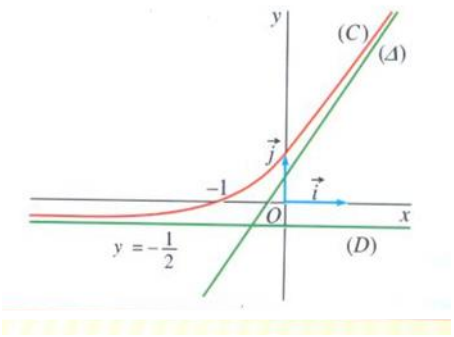
Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هذا الملف هو موقع مدارسي

4) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations.
5) Etudier la concavité de et résumer cette étude dans un tableau.
6) Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à au point d'abscisse **0**.
7) Etudier la position de par rapport à (T).
8) Tracer et (T) dans le repère .

Exercice 11 :

(C) désigne la courbe représentative d'une fonction dans un repère orthonormé.



- La droite $(D): y=-\frac{1}{2}$ est une asymptote horizontale à la courbe **(C)** au voisinage de $-\infty$.
- La droite $(\Delta): y=2x+\frac{1}{2}$ est une asymptote oblique à la courbe **(C)** au voisinage de $+\infty$.

Par une lecture graphique.

1) Déterminer le signe de $f(x)$.
2) Déterminer le sens de variations de .
3) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
Et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-\left(2x+\frac{1}{2}\right)$.

Exercice 12 :

Soit une fonction tel que : $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^2}$

Et sa courbe dans un repère orthonormé .

1) Montrer que $D_f=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$.
2) Calculer $\lim\limits_{x\to0} f(x)$,puis interpréter géométriquement le résultat.
3) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
4) **a)**- Montrer que : $\left(\forall x\in D_f\right);\ f(x)=x+1-\dfrac{x+1}{x^2}$
b)- Montrer que la droite $(\Delta): y=x+1$ est une asymptote oblique à au voisinage de $+\infty$ *et* $-\infty$.
5) **a)**- Montrer que :
$\left(\forall x\in D_f\right);\ f'(x)=\dfrac{x(x+1)\left(x^2-x+2\right)}{x^4}$.
b)- Etudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le T.V.
6) Montrer que : $\left(\forall x\in D_f\right);\ f''(x)=\dfrac{-2(x+3)}{x^4}$ et étudier la concavité de puis en déduire que admet un point d'inflexion I.
7) Etudier la position relative de et de (Δ).
8) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe f au point d'abscisse **1**.
9) Tracer la courbe et la droite (T).

Exercice 13 :

Partie 1 :Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
2) Vérifier que : $g'(x)=\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.
3) En déduire que : $(\forall x\in\mathbb{R}): g(x)>0$.

Partie 2 : Soit la fonction définie sur **IR** par :

$$f(x)=x-1+\sqrt{x^2+1}$$

1) Vérifier que pour tout réel x on a : $f'(x)=g(x)$.
2) Dresser le tableau de variation de .
3) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
4) Montrer que la droite $(D): y=2x-1$ est une asymptote oblique à au voisinage de $+\infty$.
5) Tracer, et (D) dans un repère orthonormé .

Exercice 14:

Partie1 :Soit la fonction définie sur **IR** par :

$$g(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+3}}-1$$

1) Montrer que est strictement croissante sur **IR**.
2) Calculer $g(1)$ et en déduire le signe de $g(x)$.

Partie2 : Soit la fonction définie sur **IR** par :

$$f(x)=2\sqrt{3+x^2}-x$$

1) Etudier les branches infinies de .
2) Vérifier que pour tout réel x on a : $f'(x)=g(x)$, puis dresser le tableau de variation de .
3) Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe de en son point d'abscisse **-1**.
4) Tracer la courbe .

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع