Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Lycée : Ibn Zohr - Tanger 2BAC PC	Les suites	P. Hicham ESSAFI 0679084659

Exercice 1 : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=1$ et $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+n-2 \quad (\forall n\in\mathbb{N})$

1) Calculer u_1 , u_2 et u_3.
2) a) Démontrer que pour tout entier naturel $n\geq 4$, $u_n\geq 0$.
   b) En déduire que pour tout entier naturel $n\geq 5$, $u_n\geq n-3$.
   c) En déduire la limite de la suite (u_n).
3) On définit la suite (v_n) par : $v_n=-2u_n+3n-\frac{21}{2} \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.
   a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.
   b) En déduire que : $u_n=\frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n+\frac{3}{2}n-\frac{21}{4} \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.
   c) Soit la somme S_n définie par : $S_n=u_0+u_1+.....+u_n \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.

   Déterminer l'expression de S_n en fonction de n.

Exercice 2 : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=\frac{1}{2}$ et $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+\frac{n}{2}-\frac{3}{2} \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.

1) Calculer u_1 , u_2 et u_3.
2) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel $n\geq 3$, $u_{n+1}>u_n$.
3) En déduire le sens de variation de la suite (u_n).
4) On définit la suite (v_n) par : $v_n=0,1u_n-0,1n+0,5 \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.

Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,5.

5) Montrer que, pour tout entier naturel n, $u_n=10\times\left(\frac{1}{2}\right)^n+n-5$.
6) Déterminer alors la limite de la suite (u_n).

Exercice 3 : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0=0$ et $u_{n+1}=\sqrt{3u_n+4} \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.

1) Montrer par récurrence que : $0\leq u_n\leq 4 \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.
2) Montrer que : $u_{n+1}^2-u_n^2=-(u_n+1)(u_n-4) \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.
3) En déduire que la suite (u_n) est croissante.
4) Montrer que la suite (u_n) est converge et déterminer sa limite.

Exercice 4 : a et b sont deux réels tels que $0<a<b$ .On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par : $u_0=a$, $v_0=b$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1}=\frac{u_n+v_n}{2}$ et $v_{n+1}=\sqrt{\frac{u_n^2+v_n^2}{2}}$

1) Montrer par récurrence que : $u_n>0$ et $v_n>0 \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.
2) Démontrer que : $(\forall n\in\mathbb{N}) \quad v_{n+1}^2-u_{n+1}^2=\left(\frac{u_n-v_n}{2}\right)^2$. En déduire que $u_n\leq v_n \quad (\forall n\in\mathbb{N})$.

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

3) Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

4) Comparer v_{n+1}^2 et v_n^2 .En déduire le sens de variation de la suite (v_n).

5) Démontrer que les suites (u_n) et (v_n) sont convergentes.

Exercice 5 : On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par : $u_0 = 2$, $v_0 = 10$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{2u_n + v_n}{3}$ et $v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4}$

1) a) Montrer que pour tout entier naturel n , $v_{n+1} - u_{n+1} = \frac{5}{12}(v_n - u_n)$.

b) Pour tout entier naturel n ,on pose $w_n = v_n - u_n$. Montrer que $w_n = 8\left(\frac{5}{12}\right)^n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$.

2) a) Démontrer que la suite (u_n) est croissante et que la suite (v_n) est décroissante.

b) Déduire que pour tout entier naturel n, $u_n \leq 10$ et $v_n \geq 2$.

c) En déduire que les suites (u_n) et (v_n) sont convergentes.

3) Montrer que les suites (u_n) et (v_n) ont la même limite.

4) Montrer que la suite (t_n) définie par $t_n = 3u_n + 4v_n$ est constante.

5) En déduire que la limite commune des suites (u_n) et (v_n) est $\frac{46}{7}$.

Exercice 6 : On considère la suite (u_n) définie par : $u_1 = \frac{3}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{nu_n + 1}{2(n+1)}$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

On définit la suite (v_n) par : $v_n = nu_n - 1$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

1) Montrer par récurrence que : $u_n > 0$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

2) Montrer que la suite (v_n) est géométrique ; préciser sa raison et son premier terme.

3) En déduire que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a : $u_n = \frac{1 + (0,5)^n}{n}$.

4) Déterminer la limite de la suite (u_n).

5) Justifier que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a $u_{n+1} - u_n = -\frac{1 + (1 + 0,5n)(0,5)^n}{n(n+1)}$.

6) En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع