Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Exercices d'applications et de réflexions avec correction : *FONCTIONS LOGARITHMIQUES*

PROF: ATMANI NAJIB 2BAC BIOF

http:// xriadiat.e-monsite.com

TD+CORRECTIONS-FONCTIONS LOGARITHMIQUES

Exercice1 : déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

1) $f:x\to ln(x+1)$ 2) $g:x\to ln(x^2-3x+2)$

3) $h:x\to\frac{x}{\ln x}$ 4) $k:x\to \ln x+ln(x-1)$

5) $m:x\to ln\left(\frac{x-4}{x+1}\right)$

solution :1) $f(x)=ln(x+1)$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}/x+1>0\}$

$x+1>0\Leftrightarrow x>-1$ donc : $D_f=]-1,+\infty[$

2) $g(x)=ln(x^2-3x+2)$

$D_g=\{x\in\mathbb{R}/x^2-3x+2>0\}$

$\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times2\times1=9-8=1>0$

$x_1=\frac{3+1}{2\times1}=\frac{4}{2}=2$ **et** $x_2=\frac{3-1}{2\times1}=\frac{2}{2}=1$

x	$-\infty$		1		2	$+\infty$
x^2-3x+2		$+$	0	$-$	0	$+$

Donc : $D_g=]-\infty,1[\cup]2,+\infty[$

3) $h(x)=\frac{x}{\ln x}$ $D_h=\{x\in\mathbb{R}/x>0 et \ln x\neq0\}$

$\ln x=0\Leftrightarrow\ln x=\ln1\Leftrightarrow x=1$ donc : $D_h=]0;1[\cup]1;+\infty[$

4) $k:x\to \ln x+ln(x-1)$

La fonction est définie ssi $x>0$ et $x-1>0$ cad $x>0$ et $x>1$ donc : $D_k=]1;+\infty[$

5) $m:x\to ln\left(\frac{x-4}{x+1}\right)$

La fonction est définie ssi $\frac{x-4}{x+1}>0$ et $x+1>0$

En utilisant le tableau de signe on trouve :

$D_m=]-\infty,-1[\cup]4,+\infty[$

Exercice2 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes : 1) $ln(x-2)=0$

2) $ln(3x-1)=ln(5x-10)$ 3) $ln(2x-1)-ln(1-x)=0$

4) $ln(2x)=ln(x^2+1)$ 5) $ln(2x-6)\geq0$

6) $ln(x-1)-ln(3x+1)<0$

Solution :1) $ln(x-2)=0$

a)cette équation est définie ssi : $x-2>0$

$x-2>0\Leftrightarrow x>2$ donc : $D_E=]2;+\infty[$

b) Résoudre l'équation :

$ln(x-2)=0\Leftrightarrow ln(x-2)=ln(1)\Leftrightarrow x-2=1\Leftrightarrow x=3\Leftrightarrow\in D_E$

Donc : $S=\{3\}$

2) $ln(3x-1)=ln(5x-10)$

a) cette équation est définie ssi : $5x-10>0$ et $3x-1>0$ cad $x>2$ et $x>\frac{1}{3}$ donc : $D_E=]2;+\infty[$

b) Résoudre l'équation :

$ln(3x-1)=ln(5x-10)\Leftrightarrow3x-1=5x-10\Leftrightarrow-2x=-9$

Donc : $\Leftrightarrow x=\frac{9}{2}\in D_E$ donc : $S=\left\{\frac{9}{2}\right\}$

3) $ln(2x-1)-ln(1-x)=0$

a)cette équation est définie ssi : $2x-1>0$ et $1-x>0$ cad $x>\frac{1}{2}$ et $x<1$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

donc : $D_E = \left]\frac{1}{2};1\right[$

b) Résoudre l'équation :

$ln(2x-1)-ln(1-x)=0 \Leftrightarrow ln(2x-1)=ln(1-x)$

$2x-1=1-x \Leftrightarrow 3x=2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \in D_E$

Donc : $S=\left\{\frac{2}{3}\right\}$

4) $ln(2x)=ln(x^2+1)$

a)cette équation est définie ssi : $2x>0$ et

$x^2+1>0$ cad $x>0$ donc : $D_E=]0;+\infty[$

b) $In(2x)=In(x^2+1) \Leftrightarrow 2x=x^2+1 \Leftrightarrow x^2-2x+1=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=1 \in D_E$ Donc : $S=\{1\}$

5) $ln(2x-6)\geq 0$

a) cette équation est définie ssi : $2x-6>0$

$2x-6>0 \Leftrightarrow x>3$ Donc : $D_E=]3;+\infty[$

b) Résoudre l'inéquation :

$ln(2x-6)\geq 0 \Leftrightarrow ln(2x-6)\geq \ln 1 \Leftrightarrow 2x-6\geq 1$

$\Leftrightarrow x\geq \frac{7}{2} \Leftrightarrow x\in\left[\frac{7}{2};+\infty\right[$

donc : $S=\left[\frac{7}{2};+\infty\right[\cap]3;+\infty[=\left[\frac{7}{2};+\infty\right[$

6) $ln(x-1)-ln(3x+1)<0$

a) cette équation est définie ssi : $x-1>0$ et

$3x+1>0$ cad $\left(x>-\frac{1}{3}; x>1\right)$ donc $D_I=]1;+\infty[$

b) Résoudre l'inéquation :

$ln(x-1)-ln(3x+1)<0 \Leftrightarrow ln(x-1)<ln(3x+1)$

$x-1<3x+1 \Leftrightarrow 2x>-2 \Leftrightarrow x>-1$

Donc : $S=]-1;+\infty[\cap]1;+\infty[$ donc : $S=]1;+\infty[$

Exercice3 : On pose $l\,n(2)\simeq 0,7$ et $l\,n(3)\simeq 1,1$

Calculer: $l\,n(6)$; $l\,n(4)$; $l\,n(8)$; $l\,n(72)$

$l\,n\left(\frac{1}{2}\right)$; $l\,n\left(\frac{3}{2}\right)$; $l\,n(\sqrt{2})$; $l\,n(\sqrt{6})$; $l\,n(3\sqrt{2})$

$ln\left(12\sqrt[3]{3}\right)$; $A=ln\sqrt{2+\sqrt{2}}+ln\sqrt{2-\sqrt{2}}$;

$B=\frac{1}{4}ln81+ln\sqrt{3}-ln\frac{1}{27}$ et $C=ln\left(\sqrt{2}+1\right)^{2015}+ln\left(\sqrt{2}-1\right)^{2019}$

Solution :

$l\,n(6)=l\,n(2\times 3)=l\,n(2)+l\,n(3)\simeq 0,7+1,1\simeq 1,8$

$l\,n(4)=l\,n(2\times 2)=l\,n(2^2)=2l\,n(2)\simeq 2\times 0,7\simeq 1,4$

$l\,n(8)=l\,n(2\times 2\times 2)=l\,n(2^3)=3l\,n(2)\simeq 3\times 0,7\simeq 2,1$

$l\,n(72)=l\,n(3^2\times 2^3)=l\,n(3^2)+l\,n(2^3)=2l\,n(3)+3l\,n(2)$

$l\,n(72)\simeq 2\times 1,1+3\times 0,7\simeq 2,2+2,1\simeq 4,3$

$l\,n\left(\frac{3}{2}\right)=l\,n(3)-l\,n(2)\simeq 1,1-0,7\simeq 0,4$

$l\,n\left(\frac{1}{2}\right)=-l\,n(2)\simeq -0,7$

$l\,n(\sqrt{6})=\frac{1}{2}l\,n(6)\simeq\frac{1}{2}\times 1,8\simeq 0,9$

$\ln(3\sqrt{2})=\ln(3)+\ln(\sqrt{2})\simeq 1,1+\frac{1}{2}\ln(2)\simeq 1,1+\frac{0,7}{2}\simeq 1,1+0,35\simeq 1,45$

$ln\left(12\sqrt[3]{3}\right)=ln\left(3\times 2^2\right)+ln\left(\sqrt[3]{3}\right)=ln(3)+2ln(2)+ln\left(3^{\frac{1}{3}}\right)$

$ln\left(12\sqrt[3]{3}\right)=ln(3)+2ln(2)+\frac{1}{3}ln(3)\simeq 1,1+1,4+\frac{1}{3}\times 1,1\simeq 2,86$

$A=ln\sqrt{2+\sqrt{2}}+ln\sqrt{2-\sqrt{2}}=ln\left(\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)\right)=ln\left(\sqrt{\left(2+\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{2}\right)}\right)$

$A=ln\left(\sqrt{2^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}\right)=ln\sqrt{2}=\frac{1}{2}ln2\simeq 0,35$

$B=\frac{1}{4}ln81+ln\sqrt{3}-ln\frac{1}{27}=\frac{1}{4}ln3^4+\frac{1}{2}ln3-ln\frac{1}{3^3}=\frac{4}{4}ln3+\frac{1}{2}ln3+3ln3$

$B\simeq 1,1+\frac{1,1}{2}+3\times 1,1\simeq 4,95$

$C=ln\left(\sqrt{2}+1\right)^{2015}+ln\left(\sqrt{2}-1\right)^{2019}=ln\left(\left(\sqrt{2}+1\right)^{2019}\times\left(\sqrt{2}-1\right)^{2019}\right)$

$C=ln\left(\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)\right)^{2019}=ln\left(\left(\sqrt{2}\right)^2-1^2\right)^{2019}=2019ln(1)=2019\times 0=0$

Exercice4 : On pose α = ln(a) et β = ln(b)
Calculer en fonction de α et β les réels suivants :

$\ln\left(a^2b^5\right)$ et $\frac{1}{\sqrt[6]{a^7b}}$

Solution :

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

$$\ln\left(a^2b^5\right)=\ln\left(a^2\right)+\ln\left(b^5\right)=2\ln a+5\ln b=2\alpha+5\beta$$

$$\ln\left(\frac{1}{\sqrt[6]{a^7b}}\right)=\ln\left(a^{-\frac{7}{6}}b^{-\frac{1}{6}}\right)=\ln a^{-\frac{7}{6}}+\ln b^{-\frac{1}{6}}=-\frac{7}{6}\ln a-\frac{1}{6}\ln b$$

$$\ln\left(\frac{1}{\sqrt[6]{a^7b}}\right)=-\frac{7}{6}\alpha-\frac{1}{6}\beta$$

Exercice5 : simplifier et calculer :

$$A=\ln\left(e^2\right)+\ln\left(e^4\right)-\ln\left(\frac{1}{e}\right)$$

$$B=2\ln\left(\sqrt{e}\right)+\ln\left(e\sqrt{e}\right)-\frac{1}{3}\ln\left(e^9\right)$$

Solution :

$$A=\ln\left(e^2\right)+\ln\left(e^4\right)-\ln\left(\frac{1}{e}\right)=2\ln(e)+4\ln(e)--\ln(e)$$

$$A=2\times1+4\times1--1=7$$

$$B=2\ln\left(\sqrt{e}\right)+\ln\left(e\sqrt{e}\right)-\frac{1}{3}\ln\left(e^9\right)=2\times\frac{1}{2}\ln(e)+\ln e+\ln\left(\sqrt{e}\right)-\frac{1}{3}9\ln(e)$$

$$B=1\ln(e)+\ln e+\frac{1}{2}\ln(e)-3\ln(e)=1+1+\frac{1}{2}-3=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$$

Exercice6 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1) $ln(2x-1)=\frac{3}{2}$ 2) $2(\ln x)^2+\ln x-6=0$

3) $3(\ln x)^2+2\ln x-1=0$ 4) $\frac{\ln x+3}{\ln x-1}\geq-1$

5) $lnx+ln(x-1)-l\,n\,2=l\,n\,3$

6) $ln(2x+5)+ln(x+1)\leq ln4$

7) $ln(14-x)\succ ln(10+7x-3x^2)$

Solution : 1) $ln(2x-1)=\frac{3}{2}$

a) cette équation est définie ssi :

$2x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$ donc : $D_E=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

b) Résoudre l'équation :

$$ln(2x-1)=\frac{3}{2}\Leftrightarrow ln(2x-1)=\frac{3}{2}ln(e)$$

$$\Leftrightarrow ln(2x-1)=ln\left(e^{\frac{3}{2}}\right)\Leftrightarrow 2x-1=e^{\frac{3}{2}}$$

$$\Leftrightarrow 2x-1=\left(\sqrt{e}\right)^3\Leftrightarrow x=\frac{\left(\sqrt{e}\right)^3+1}{2}\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$$

Donc : $S=\left\{\frac{\left(\sqrt{e}\right)^3+1}{2}\right\}$

2) $2(\ln x)^2+\ln x-6=0$

a) cette équation est définie ssi : $x>0$

b)on pose : $\ln x=X$

on a alors : $2X^2+X-6=0$

$\Delta=b^2-4ac=1+48=49>0$

$X_1=\frac{-1+7}{2\times4}$ et $X_2=\frac{-1-7}{2\times2}$

Donc : $X_1=\frac{3}{2}$ et $X_2=-2$

Donc : $\ln x_1=\frac{3}{2}$ et $\ln x_2=-2$

Donc : $x_1=e^{\frac{3}{2}}$ et $x_2=e^{-2}$ finalement :

$$S=\left\{e\sqrt{e},\frac{1}{e^2}\right\}$$

3) $3(\ln x)^2+2\ln x-1=0$

a) cette équation est définie ssi : $x>0$

on pose : $\ln x=X$

on a alors : $3X^2+2X-1=0$

$\Delta=b^2-4ac=4+12=16>0$

$X_1=\frac{-2+4}{2\times3}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ et $X_2=\frac{-2-4}{2\times3}=\frac{-6}{6}=-1$

Donc : $\ln x_1=\frac{1}{3}$ et $\ln x_2=-1$

Donc : $x_1=e^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{e}$ et $x_2=e^{-1}=\frac{1}{e}$

finalement : $S=\left\{\sqrt[3]{e},\frac{1}{e}\right\}$

4) $\frac{\ln x+3}{\ln x-1}\geq-1$

a) cette équation est définie ssi : $x>0$ et $\ln x-1\neq0$

$\ln x-1=0\Leftrightarrow\ln x=1\Leftrightarrow\ln x=\ln e\Leftrightarrow x=e$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

donc $D_I =]0;e[\cup]e;+\infty[$

b) $\frac{\ln x+3}{\ln x-1} \geq -1 \Leftrightarrow \frac{\ln x+3}{\ln x-1}+1 \geq 0 \Leftrightarrow 2\frac{\ln x+1}{\ln x-1} \geq 0$

$\ln x+1=0 \Leftrightarrow \ln x=-1 \Leftrightarrow \ln x=\ln\frac{1}{e} \Leftrightarrow x=\frac{1}{e}$

$\ln x-1=0 \Leftrightarrow \ln x=1 \Leftrightarrow \ln x=\ln e \Leftrightarrow x=e$

x	0		$\frac{1}{e}$		e	$+\infty$
$lnx+1$	$-$	0	$+$		$+$	
$lnx-1$	$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{lnx+1}{lnx-1}$	$+$	0	$-$	‖	$+$	

$S =]0;e[\cup]e;+\infty[\cap \left(\left]0;\frac{1}{e}\right]\cup]e;+\infty[\right) = \left]0;\frac{1}{e}\right]\cup]e;+\infty[$

5) $lnx+ln(x-1)-l\,n\,2=l\,n\,3$

a) cette équation est définie ssi : $x>0$ et $x-1>0$

donc : $D_E =]1;+\infty[$

b) $lnx+ln(x-1)-l\,n\,2=l\,n\,3$

$\Leftrightarrow lnx+ln(x-1)=l\,n\,2+l\,n\,3 \Leftrightarrow ln(x(x-1))=l\,n\,6$

Ssi $x(x-1)=6$ ssi $x^2-x-6=0$

$\Delta = b^2-4ac=(-1)^2-4\times1\times(-6)=1+24=25>0$

$x_1=\frac{-(-1)+\sqrt{25}}{2\times1}$ **et** $x_2=\frac{-(-1)-\sqrt{25}}{2\times1}$

$x_1=3$ **ou** $x_2=-2\notin]1;+\infty[$ **donc :** $S=\{3\}$

6) $ln(2x-5)+ln(x+1)\leq ln4$

a) cette équation est définie ssi : $x+1>0$ et $2x-5>0$ cad $\left(x>\frac{5}{2} et x>-1\right)$ donc $D_I = \left]\frac{5}{2};+\infty\right[$

b)

$ln(2x-5)+ln(x+1)\leq ln4 \Leftrightarrow ln((2x-5)(x+1))\leq ln4$

$(2x-5)(x+1)\leq 4 \Leftrightarrow 2x^2-3x-9\leq 0$

$\Delta = b^2-4ac=9-4\times2\times(-9)=9+72=81>0$

$x_1=\frac{3+9}{2\times2}$ et $x_2=\frac{3-9}{2\times2}$ donc : $x_1=3$ et $x_2=-\frac{3}{2}$

x	$-\infty$		$-3/2$		3		$+\infty$
$2x2-3x-9$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc : $S=\left[-\frac{3}{2};3\right]\cap\left]\frac{5}{2};+\infty\right[= \left]\frac{5}{2};3\right]$

7) $ln(14-x)\succ ln(10+7x-3x^2)$

a) cette équation est définie ssi : $14-x>0$ et $10+7x-3x^2>0$ après résolution on trouve :

$D_I = \left]-1;\frac{10}{3}\right[$

b) $ln(14-x)\succ ln(10+7x-3x^2)$

$14-x\succ 10+7x-3x^2 \Leftrightarrow 3x^2-8x+4\succ 0$

$\Leftrightarrow (x-2)(3x-2)\succ 0 \Leftrightarrow x\in\left]-\infty;\frac{2}{3}\right[\cup]2;+\infty[$

Donc : $S=\left(\left]-\infty;\frac{2}{3}\right[\cup]2;+\infty[\right)\cap\left]-1;\frac{10}{3}\right[$

$S=\left]-1;\frac{2}{3}\right[\cup\left]2;\frac{10}{3}\right[$

Exercice7 : Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $\begin{cases}3\ln x+\ln y=2\\2\ln x-\ln y=3\end{cases}$

Solution : $\begin{cases}3\ln x+\ln y=2\to1\\2\ln x-\ln y=3\to2\end{cases}$ $x\succ0$ et $y\succ0$

La somme des deux équations membres à membres donne :

$5\ln x=5\Leftrightarrow\ln x=1\Leftrightarrow\ln x=\ln e\Leftrightarrow x=e$

On remplace $x=e$ dans la première équation On a donc :

$3\ln e+\ln y=2\Leftrightarrow\ln y=2-3\Leftrightarrow\ln y=-1$

$\Leftrightarrow y=e^{-1}\Leftrightarrow y=\frac{1}{e}$ Donc $S=\left\{\left(e;\frac{1}{e}\right)\right\}$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Exercice8 : déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

1) $f:x\to\dfrac{ln(x+1)}{ln(\ln x)}$ 2) $g:x\to\sqrt{1-ln(e-x)}$

3) $h:x\to\dfrac{x}{\sqrt{(ln(2x))^2-1}}$

Solution : 1) cette fonction est définie ssi :

$x+1>0$ et $x>0$ et $\ln x>0$ et $ln(\ln x)\neq 0$

Cad $x>-1$ et $x>0$ et $x>1$ et $\ln x\neq 1$

Cad $x>1$ et $x\neq e$ donc : $D_f=]1;e[\cup]e;+\infty[$

2) cette fonction est définie ssi :

$e-x>0$ et $1\geq ln(e-x)$

Cad $x\prec e$ et $e-x\leq e$ Cad $x\prec e$ et $x\geq 0$

donc : $D_g=[0;e[$

3) $h:x\to\dfrac{x}{\sqrt{(ln(2x))^2-1}}$

Cette fonction est définie ssi :

$2x>0$ et $(ln(2x))^2-1\succ 0$

Cad $x>0$ et $(ln(2x)-1)(ln(2x)+1)\succ 0$

$ln(2x)+1=0\Leftrightarrow \ln 2x=-1\Leftrightarrow \ln 2x=\ln\dfrac{1}{e}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2e}$

$ln(2x)-1=0\Leftrightarrow \ln 2x=1\Leftrightarrow \ln 2x=\ln e\Leftrightarrow x=\dfrac{e}{2}$

x	0		$\frac{1}{2e}$		$\frac{e}{2}$	$+\infty$
$ln2x+1$	$-$	0	$+$		$+$	
$ln2x-1$	$-$		$-$	0	$+$	
$(ln2x+1)(ln2x-1)$	$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=\left]0;\dfrac{1}{2e}\right]\cup\left[\dfrac{e}{2};+\infty\right[$

Exercice9 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2\ln(x)+1}{\ln x}$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ln^2(x)-lnx\right)$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}x-lnx$ 4) $\lim\limits_{x\to 0^+}ln^2(x)+lnx$

5) $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{1}{x}+lnx\right)$ 6) $\lim\limits_{x\to 0^+}x^4\log x$

7) $\lim\limits_{x\to 0^+}2x-x^3\ln x$ 8) $\lim\limits_{x\to+\infty}xln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

9) $\lim\limits_{x\to 0^+}x(ln(x))^2$ on pose : $X=\sqrt{x}$

10) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{ln(x^2+3x)}{x-1}$ 11) $\lim\limits_{x\to 0^+}x^2(\ln x)^5$

Solution : 1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2\ln(x)+1}{\ln x}$?

On a : $\lim\limits_{x\to+\infty}2\ln(x)+1=2\times(+\infty)+1=+\infty$

Et $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x)=+\infty$ donc forme indéterminé(FI)

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2\ln x+1}{\ln x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x\left(2+\frac{1}{\ln x}\right)}{\ln x}=\lim\limits_{x\to+\infty}2+\dfrac{1}{\ln x}=2+0=2$

(car $\lim\limits_{x\to+\infty}lnx=+\infty$)

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ln^2(x)-lnx\right)$?

$\lim\limits_{x\to+\infty}ln^2(x)-lnx=\lim\limits_{x\to+\infty}ln^2(x)-lnx=\lim\limits_{x\to+\infty}lnx(ln(x)-1)=+\infty$

(car $\lim\limits_{x\to+\infty}lnx=+\infty$)

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}x-lnx$?

$\lim\limits_{x\to+\infty}x-lnx=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(1-\dfrac{lnx}{x}\right)=+\infty$

(car $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{lnx}{x}=0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}lnx=+\infty$)

4) $\lim\limits_{x\to 0^+}ln^2(x)+lnx$?

$\lim\limits_{x\to 0^+}ln^2(x)+lnx=\lim\limits_{x\to 0^+}lnx(ln(x)+1)=+\infty$

Car $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln(x)+1=-\infty$

5) $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{1}{x}+lnx\right)$

$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}+lnx=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1+xlnx}{x}=\dfrac{1}{0^+}=+\infty$ car $\lim\limits_{x\to 0^+}xlnx=0$

6) $\lim\limits_{x\to 0^+}x^4\log x=0$ car $\lim\limits_{x\to 0^+}x^n\ln x=0$ *(où $n\in\mathbb{N}^*$)*

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

7) $\lim\limits_{x\to 0^+} 2x - x^3 \ln x = 0$

8) $\lim\limits_{x\to+\infty} x ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ on pose : $X=\sqrt{x}$

$x\to+\infty \Leftrightarrow X\to 0^+$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x ln\left(1+\frac{1}{x}\right)=\lim\limits_{0^+}\frac{1}{X} ln(1+X)=\lim\limits_{0^+}\frac{ln(1+X)}{X}=1$

Car : $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x}=1$

9) $\lim\limits_{x\to 0^+} x\left(ln(x)\right)^2$ on pose : $X=\sqrt{x}$

$X=\sqrt{x}\Leftrightarrow X^2=\left(\sqrt{x}\right)^2\Leftrightarrow X^2=x$

$x\to 0^+\Leftrightarrow X\to 0^+$

$\lim\limits_{x\to 0^+} x\left(ln(x)\right)^2=\lim\limits_{x\to 0^+} X^2\left(ln\left(X^2\right)\right)^2=\lim\limits_{x\to 0^+} X^2\left(2lnX\right)^2$

$\lim\limits_{x\to 0^+} x\left(ln(x)\right)^2=\lim\limits_{x\to 0^+} 4X^2\left(lnX\right)^2$

$\lim\limits_{x\to 0^+} x\left(ln(x)\right)^2=4\lim\limits_{x\to 0^+}\left(XlnX\right)^2=4\times 0^2=0$

Car : $\lim\limits_{x\to 0^+} xlnx=0^-$

10) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{ln\left(x^2+3x\right)}{x-1}$? On pose : $f(x)=\frac{ln\left(x^2+3x\right)}{x-1}$

$f(x)=\frac{ln\left(x^2\left(1+\frac{3}{x}\right)\right)}{x-1}=\frac{lnx^2+ln\left(1+\frac{3}{x}\right)}{x-1}$

$f(x)=\frac{2lnx+ln\left(1+\frac{3}{x}\right)}{x-1}=\frac{2lnx}{x-1}+\frac{ln\left(1+\frac{3}{x}\right)}{x-1}$

$f(x)=2\frac{\frac{lnx}{x}}{1-\frac{1}{x}}+\frac{ln\left(1+\frac{3}{x}\right)}{x-1}$ on a : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ et

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} ln\left(1+\frac{3}{x}\right)=0$

Donc : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{ln\left(x^2+3x\right)}{x-1}=0$

11) $\lim\limits_{x\to 0^+} x^2\left(\ln x\right)^5=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(x^{\frac{2}{5}}\ln x\right)^5$

On a : $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{\frac{2}{5}}\ln x=0$ donc $\lim\limits_{x\to 0^+} x^2\left(\ln x\right)^5=0$

Exercice10 : Déterminer le domaine de dérivation et la dérivée de la fonction suivante :

$f(x)=\ln\left(3x^2+5\right)$

Solution : la fonction $u: x\to 3x^2+5$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a : $3x^2+5\succ 0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

alors la fonction : $f: x\to\ln\left(3x^2+5\right)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a : $f'(x)=\frac{\left(3x^2+5\right)'}{3x^2+5}=\frac{6x}{3x^2+5}\ \forall x\in\mathbb{R}$

Exercice11 :calculer la dérivée des fonctions définies par :1) $f(x)=x^2-\ln x$ 2) $f(x)=x\ln x$

3) $f(x)=\ln\left(1+x^2\right)$

Solution :1) $f'(x)=\left(x^2-\ln x\right)'=2x-\frac{1}{x}=\frac{2x^2-1}{x}$

2) $f'(x)=(x\ln x)'=x'\ln x+x\ln' x=1\ln x+x\times\frac{1}{x}=\ln x+1$

3) $f'(x)=\left(\ln\left(1+x^2\right)\right)'=\frac{\left(1+x^2\right)'}{1+x^2}=\frac{2x}{1+x^2}$

Exercice12 :calculer la dérivée de la fonction définie sur $I=]-2;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{\sqrt[4]{x^3+8}}{\left(x^2+1\right)^3}$

Solution : $\forall x\in]-2;+\infty[$ on a :

$\ln\left(f(x)\right)=\ln\left(\frac{\sqrt[4]{x^3+8}}{\left(x^2+1\right)^3}\right)=\ln\left(\sqrt[4]{x^3+8}\right)-\ln\left(x^2+1\right)^3$

$\ln\left(f(x)\right)=\frac{1}{4}\ln\left(x^3+8\right)-3\ln\left(x^2+1\right)$

Donc : $\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{1}{4}\frac{\left(x^3+8\right)'}{x^3+8}-3\frac{\left(x^2+1\right)'}{x^2+1}\ \forall x\in]-2;+\infty[$

Donc : $\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{1}{4}\frac{3x^2}{x^3+8}-3\frac{2x}{x^2+1}$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Donc : $\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{-3x\left(7x^3-x+64\right)}{4\left(x^3+8\right)\left(x^2+1\right)}$

Donc :

$$f'(x)=\frac{-3x\left(7x^3-x+64\right)}{4\left(x^3+8\right)\left(x^2+1\right)}\ f(x)=\frac{-3x\left(7x^3-x+64\right)}{4\sqrt[4]{\left(x^3+8\right)^3}\left(x^2+1\right)^4}$$

Exercice13 : Déterminer le domaine de dérivation et la dérivée des fonctions suivantes :

1) $f(x)=\ln\left|\ln|x|\right|$

2) $f(x)=\ln\left|\sin^2 x+3\sin x+4\right|$

Solution : 1) cette fonction est définie ssi :

$|x|>0$ et $\ln|x|>0$ cad $x\neq 0$ et $|x|>1$

Donc : $D_f=]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$

Donc f est dérivable sur $]-\infty;-1[$ et $]1;+\infty[$

$$\forall x\in]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[\ :\ f'(x)=\left(\ln\left|\ln|x|\right|\right)'=\frac{\left(\ln|x|\right)'}{\ln|x|}$$

$$f'(x)=\left(\ln\left|\ln|x|\right|\right)'=\frac{1}{x\ln|x|}$$

2) $f(x)=\ln\left|\sin^2 x+3\sin x+4\right|$

cette fonction est définie ssi : $\sin^2 x+3\sin x+4\succ 0$

on pose : $t=\sin x$ donc : t^2+3t+4

$\Delta=9-16=-7\prec 0$ donc : $t^2+3t+4\succ 0$

Donc : $D_f=\mathbb{R}$

Alors : la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$

$$f'(x)=\frac{\left(\sin^2 x+3\sin x+4\right)'}{\sin^2 x+3\sin x+4}=\frac{2\sin x\cos x+3\cos x}{\sin^2 x+3\sin x+4}$$

Exercice14 : Déterminer les fonctions primitives des fonctions suivantes :

1) $I=\mathbb{R};\ f(x)=\frac{x^3}{x^4+2}$ 2) $I=]0;1[;\ g(x)=\frac{1}{x\ln x}$

3) $I=]-\infty;1[;\ h(x)=\frac{1}{x-1}$ 4) $I=\left]\frac{3\pi}{2};2\pi\right[;\ k(x)=\frac{\cos x}{\sin x}$

5) $M(x)=\frac{1}{x^2-1}$ (Essayer d'écrire $g(x)=\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+1}$ où a et b des réels à déterminer).

6) $N(x)=\frac{x^3+2x^2-3x+2}{x-3}$

7) $I=]3;+\infty[;\ q(x)=\frac{1}{(x-2)\ln(x-2)}$

Solution : 1)on a $f(x)=\frac{x^3}{x^4+2}=\frac{1}{4}\frac{\left(x^4+2\right)'}{x^4+2}$

Donc : $F(x)=\frac{1}{4}\ln\left|x^4+2\right|+k$ avec $k\in\mathbb{R}$

Puisque : $x^4+2>0$ donc : $F(x)=\frac{1}{4}\ln\left(x^4+2\right)+k$

2) $f(x)=\frac{1}{x\ln x}=\frac{\frac{1}{x}}{\ln x}=\frac{(\ln x)'}{\ln x}$

donc les fonctions primitives sont :

$G(x)=\ln\left|\ln x\right|+k$ avec $k\in\mathbb{R}$

Puisque : $x\in]0;1[$ donc : $\ln x\prec 0$

Donc : $F(x)=\ln(-\ln x)+k$ avec $k\in\mathbb{R}$

3) $I=]-\infty;1[;\ h(x)=\frac{1}{x-1}=\frac{(x-1)'}{x-1}$ donc les fonctions primitives sont : $H(x)=\ln|x-1|+k$

Puisque : $x\in]-\infty;1[$ donc : $x-1\prec 0$

Donc : $H(x)=\ln(1-x)+k$ avec $k\in\mathbb{R}$

4) $I=\left]\frac{3\pi}{2};2\pi\right[;\ k(x)=\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{(\sin x)'}{\sin x}$ donc les fonctions primitives sont : $K(x)=\ln|\sin x|+k$

avec $k\in\mathbb{R}$

5) $m(x)=\frac{1}{x^2-1}=\frac{1}{(x+1)(x-1)}=\frac{1}{2}\frac{(x+1)-(x-1)}{(x+1)(x-1)}$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

$$m(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{(x+1)}{(x+1)(x-1)}-\frac{(x-1)}{(x+1)(x-1)}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)$$

Donc les fonctions primitives sont :

$$M(x)=\frac{1}{2}\left(\ln|x-1|-\ln|x+1|\right)=\frac{1}{2}\left(\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|\right)=\ln\sqrt{\left|\frac{x-1}{x+1}\right|}+k$$

6) $n(x)=\dfrac{x^3+2x^2-3x+2}{x-3}=\dfrac{(x-3)\left(x^2+5x+12\right)+38}{x-3}$

Donc : $n(x)=x^2+5x+12+\dfrac{38}{x-3}$

Donc les fonctions primitives sont :

$N(x)=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{5}{2}x^2+12x+38\ln|x-3|+k$ avec $k\in\mathbb{R}$

7) $I=]3;+\infty[\,;q(x)=\dfrac{1}{(x-2)\ln(x-2)}$

$$q(x)=\frac{1}{(x-2)\ln(x-2)}=\frac{\frac{1}{(x-2)}}{\ln(x-2)}=\frac{\left(\ln(x-2)\right)'}{\ln(x-2)}$$

Donc : donc les fonctions primitives sont :

$Q(x)=\ln\left|\ln(x-2)\right|+k$ avec $k\in\mathbb{R}$

Exercice 15 : Considérons la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{5x+1}{x^2+x-2}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f et Déterminer les réels a et b tels que :

$(\forall x\in D);f(x)=\dfrac{a}{x-1}+\dfrac{b}{x+2}$

2) En déduire la fonction primitive de f sur $]-\infty;-2[$ Tel que $F(-3)=\ln 2$

Solution :1) $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/\,x^2+x-2\neq 0\right\}$

$\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times(-2)\times 1=1+8=9>0$

$x_1=\dfrac{-1+3}{2\times 1}=\dfrac{2}{2}=1$ et $x_2=\dfrac{-1-3}{2\times 1}=\dfrac{-4}{2}=-2$

Donc : $D_f=\mathbb{R}/\{-2;1\}$

$$f(x)=\frac{a(x+2)+b(x-1)}{(x-1)(x+2)}=\frac{ax+2a+bx-b}{(x-1)(x+2)}=\frac{(a+b)x+2a-b}{(x-1)(x+2)}$$

Donc : $\begin{cases}a+b=5\\2a-b=1\end{cases}$ Donc: $3a=6$ Donc: $a=2$

Donc : $b=3$ Donc: $(\forall x\in D_f);f(x)=\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{3}{x+2}$

2) $(\forall x\in\mathbb{R}/\{-2;1\});f(x)=2\dfrac{(x-1)'}{x-1}+3\dfrac{(x+2)'}{x+2}$

$F(x)=2\ln|x-1|+3\ln|x+2|+k\quad k\in\mathbb{R}$

$x\in]-\infty;-2[\Leftrightarrow x<-2$ et $x<1$

Donc : $x+2<0$ et $x-1<0$

Donc : les fonctions primitives sont :

$F(x)=2\ln(1-x)+3\ln(-x-2)+k\quad k\in\mathbb{R}$

$F(-3)=\ln 2\Leftrightarrow 2\ln(4)+3\ln(1)+k=\ln 2$

$k=\ln 2-2\ln(2^2)\Leftrightarrow k=-3\ln 2$

Donc : $F(x)=2\ln(1-x)+3\ln(-x-2)-3\ln 2$

Exercice 16 : simplifier et calculer :

1) $\log_8 4$ 2) $\log_{\sqrt{2}}\dfrac{1}{2}$ 3) $\log_{\sqrt{3}}9$

4) $A=\log_2\left(\dfrac{1}{5}\right)+\log_2(10)+\log_{\frac{1}{3}}\left(\sqrt[5]{3}\right)$

Solution :1)

$\log_{\sqrt{2}}\dfrac{1}{2}=-\log_{\sqrt{2}}2=-\log_{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2}\right)^2=-2\log_{\sqrt{2}}\sqrt{2}=-2\times 1=-2$

$\log_{\sqrt{3}}9=\log_{\sqrt{3}}\left(\sqrt{3}\right)^4=4\log_{\sqrt{3}}\sqrt{3}=4\times 1=4$

$A=\log_2\left(\dfrac{1}{5}\right)+\log_2(10)+\log_{\frac{1}{3}}\left(\sqrt[5]{3}\right)=-\log_2 5+\log_2(5\times 2)+\log_{\frac{1}{3}}\left(3^{\frac{1}{5}}\right)$

$A=-\log_2 5+\log_2 5+\log_2 2+\dfrac{1}{5}\log_{\frac{1}{3}}3=1+\dfrac{1}{5}\log_{\frac{1}{3}}3$

$A=1-\dfrac{1}{5}\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{3}=1-\dfrac{1}{5}=\dfrac{4}{5}$

Exercice17 : On pose $\alpha=\log_{40}(100)$ et $\beta=\log_{16}(25)$ Calculer β en fonction α

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Solution :on a : $\alpha=\frac{\ln 100}{\ln 40}=\frac{\ln\left(2^2\times 5^2\right)}{\ln\left(2^3\times 5\right)}=\frac{2\ln 2+2\ln 5}{3\ln 2+\ln 5}$

D'autre part : $\beta=\frac{\ln 25}{\ln 16}=\frac{\ln\left(5^2\right)}{\ln\left(2^4\right)}=\frac{2\ln 5}{4\ln 2}=\frac{\ln 5}{2\ln 2}$

Aussi on a : $\alpha=\frac{2+2\frac{\ln 5}{\ln 2}}{3+\frac{\ln 5}{\ln 2}}=\frac{2+4\beta}{3+2\beta}$

$\alpha=\frac{2+4\beta}{3+2\beta}\Leftrightarrow\alpha\left(3+2\beta\right)=2+4\beta\Leftrightarrow 3\alpha+2\alpha\beta=2+4\beta$

$3\alpha+2\alpha\beta=2+4\beta\Leftrightarrow 2\left(\alpha-2\right)\beta=2-3\alpha\Leftrightarrow\beta=\frac{2-3\alpha}{2\left(\alpha-2\right)}$

Exercice18 : simplifier et calculer :

1) $\log_{10}100$ 2) $\log_{10}0,0001$

3) $A=\log\left(250000\right)+\log\sqrt{250}-\log\left(125\right)$

Solution :1) $\log_{10}100=\log_{10}10^2=2\log_{10}10=2\times 1=2$

2) $\log_{10}0,0001=\log_{10}10^{-4}=-4\log_{10}10=-4$

3) $A=\log\left(250000\right)+\log\sqrt{250}-\log\left(125\right)$

$A=\log\left(250000\right)+\log\sqrt{250}-\log\left(125\right)$

$A=\log\left(5^2\times 10^4\right)+\frac{1}{2}\log\left(5^2\times 10\right)-\log\left(5^3\right)$

$A=\log 5^2+\log 10^4+\frac{1}{2}\left(\log 5^2+\log 10\right)-3\log 5$

$A=2\log 5+4\log 10+\frac{1}{2}\left(2\log 5+1\right)-3\log 5$

$A=2\log 5+4+\log 5+\frac{1}{2}-3\log 5=4+\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$

Exercice 19 :déterminer le plus petit entier naturel n tel que : $\left(\frac{3}{2}\right)^n\geq 10^{20}$

Solution : $\left(\frac{3}{2}\right)^n\geq 10^{20}\Leftrightarrow\log\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n\right)\geq\log\left(10^{20}\right)$

$\Leftrightarrow n\log\left(\frac{3}{2}\right)\geq 20\Leftrightarrow n\geq\frac{20}{l\log\left(\frac{3}{2}\right)}$

Le plus petit entier naturel n_0 est donc :

$n_0=E\left(\frac{20}{l\log\left(\frac{3}{2}\right)}\right)+1=114$

Exercice 20 :1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

1) $\log_3\left(2x\right)\times\left(\log_5\left(x\right)-1\right)=0$

2) $2\left(\log x\right)^2-19\log x-10=0$

3) $\log_{\frac{1}{2}}\left(x-\frac{1}{2}\right)\geq 1$

4) $\log_{2x}\left(4x\right)+\log_{4x}\left(16x\right)=4$

Où $\log$ est le logarithme décimal

Solution :1) a) cette équation est définie ssi :

$x>0$ et $2x>0$ donc : $D_E=]0;+\infty[$

b) Résoudre l'équation : $\log_3\left(2x\right)\times\left(\log_5\left(x\right)-1\right)=0$

ssi $\log_5\left(x\right)-1=0$ et $\log_3\left(2x\right)=0$

ssi $\log_5\left(x\right)=\log_5\left(5\right)$ et $\log_3\left(2x\right)=\log_3\left(1\right)$

ssi $x=5$ et $x=\frac{1}{2}$ donc : $S=\left\{\frac{1}{2};5\right\}$

2) $2\left(\log x\right)^2-19\log x-10=0$

$D_E=]0;+\infty[$ on pose : $\log x=X$ donc :

$2X^2-19X-10=0$

$\Delta=b^2-4ac=\left(19\right)^2-4\times 2\times\left(-10\right)=361+80=441=\left(21\right)^2>0$

$X_1=\frac{19+21}{2\times 2}=10$ et $X_2=\frac{19-21}{2\times 2}=-\frac{1}{2}$

Donc : $\log x_1=10$ et $\log x_2=-\frac{1}{2}$

Donc : $x_1=10^{10}$ et $x_2=10^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{10^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

Donc : $S=\left\{\frac{\sqrt{10}}{10},10^{10}\right\}$

: 3)a) cette équation est définie ssi :

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

$x-\frac{1}{2}>0$ donc : $x>\frac{1}{2}$ donc : $D_I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

a) $\log_{\frac{1}{2}}\left(x-\frac{1}{2}\right)\geq 1\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left(x-\frac{1}{2}\right)\geq \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)\Leftrightarrow x-\frac{1}{2}\leq\frac{1}{2}$

car : $\log_{\frac{1}{2}}$ est strictement décroissante

donc : $x\leq 1$ donc : $S=]-\infty;1]\cap\left]\frac{1}{2};+\infty\right[=\left]\frac{1}{2};1\right]$

4)a) cette équation est définie ssi :

$4x>0$ et $16x>0$ et $2x>0$ et $2x\neq 1$ et $4x\neq 1$

donc : $x>0$ et $x\neq\frac{1}{2}$ et $x\neq\frac{1}{4}$

donc : $D_I=]0;+\infty[-\left\{\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right\}$

b) $\forall x\in D_I:\log_{2x}(4x)+\log_{4x}(16x)=4\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\log_{2x}(2)+\log_{2x}(2x)+\log_{4x}(4x)+\log_{4x}(4)=4$

Or on a $\log_a(a)=1$ donc :

$\Leftrightarrow\log_{2x}(2)+\log_{4x}(4)=2$

Et on a : $\log_{2x}(2)=\frac{\ln(2)}{\ln(2x)}=\frac{1}{\log_2(2x)}$

$\log_2(2x)=\log_2(2)+\log_2 x=1+\log_2 x$

Donc : $\log_{2x}(2)=\frac{1}{1+\log_2 x}$

D'autre part on a : $\log_{4x}(4)=\frac{\ln(4)}{\ln(4x)}=\frac{1}{\log_4(4x)}$ et

$\log_4(4x)=\log_4(4)+\log_4 x=1+\log_4 x$

Et puisque : $\log_4 x=\frac{\ln(x)}{\ln(4)}=\frac{\ln(x)}{2\ln(2)}=\frac{1}{2}\log_2 x$

Donc : $\log_{4x}(4)=\frac{1}{1+\frac{1}{2}\log_2(x)}=\frac{2}{2+\log_2(x)}$

Donc l'équation devient : $\frac{1}{1+\log_2 x}+\frac{2}{2+\log_2 x}=2$

Cad : $2(\log_2 x)^2+3\log_2 x=0$

Cad : $\log_2 x=\frac{-3}{2}$ ou $\log_2 x=0$

Cad : $x=2^{\frac{-3}{2}}=\frac{2}{2^{\frac{3}{2}}}=\frac{2}{\sqrt{2^3}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ou $x=1$

donc : $S=\left\{\frac{1}{2\sqrt{2}};1\right\}$

Exercice 21 :1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations et équations suivantes :

1) $\log_3(7x-1)^2=0$ 2) $\log_3(5x+1)=2$

3) $\frac{\log_3(5x+1)}{\log_3(7x-1)^2}\leq 1$

Solution : 1)a) cette équation est définie ssi :

$7x-1\neq 0$ donc : $x\neq\frac{1}{7}$ donc : $D_I=\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{7}\right\}$

¨b) $\log_3(7x-1)^2=0\Leftrightarrow(7x-1)^2=1$

$\Leftrightarrow 7x-1=1$ ou $7x-1=-1\Leftrightarrow x=\frac{2}{7}$ ou $x=0$

donc : $S=\left\{0;\frac{2}{7}\right\}$

2) $\log_3(5x+1)=2$

2)a) cette équation est définie ssi : $5x+1>0$

Donc : $D_E=\left]-\frac{1}{5};+\infty\right[$

$\log_3(5x+1)=2\Leftrightarrow 5x+1=3^2\Leftrightarrow 5x=8\Leftrightarrow x=\frac{8}{5}$

Puisque : $\frac{8}{5}\in\left]-\frac{1}{5};+\infty\right[$ alors :: $S=\left\{\frac{8}{5}\right\}$

3) $\frac{\log_3(5x+1)}{\log_3(7x-1)^2}\leq 1$

a) cette équation est définie ssi : $5x+1>0$ et

$\log_3(7x-1)^2\neq 0$ et $7x-1\neq 0$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

cad : $x \succ -\frac{1}{5}$ et $x \neq \frac{1}{7}$ et $x \neq \frac{2}{7}$ et $x \neq 0$

$D_E = \left]-\frac{1}{5};+\infty\right[- \left\{0;\frac{1}{7};\frac{2}{7}\right\}$

D'abord étudions le signe de : $\log_3(7x-1)^2$

$\log_3(7x-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (7x-1)^2 \geq 1$ car : $\log_{\frac{1}{2}}$ est strictement décroissante

$\Leftrightarrow (7x-1)^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x(7x-2) \geq 0$

1cas : si : $x \in \left]-\frac{1}{5};0\right[\cup \left]\frac{2}{7};+\infty\right[$ on a donc :

$\log_3(7x-1)^2 \geq 0$

$\frac{\log_3(5x+1)}{\log_3(7x-1)^2} \leq 1 \Leftrightarrow \log_3(5x+1) \leq \log_3(7x-1)^2$

$\Leftrightarrow 5x+1 \leq (7x-1)^2 \Leftrightarrow 0 \leq 49x^2 - 19x$

$\Leftrightarrow x \in \left]-\frac{1}{5};0\right[\cup \left]\frac{19}{49};+\infty\right[$

2cas : si : $x \in \left]0;\frac{1}{7}\right[\cup \left]\frac{1}{7};\frac{2}{7}\right[$ on a donc :

$\log_3(7x-1)^2 \prec 0$

$\frac{\log_3(5x+1)}{\log_3(7x-1)^2} \leq 1 \Leftrightarrow \log_3(7x-1)^2 \leq \log_3(5x+1)$

$\Leftrightarrow (7x-1)^2 \leq 5x+1 \Leftrightarrow 49x^2 - 19x \leq 0$

$\Leftrightarrow x \in \left(\left]0;\frac{1}{7}\right[\cup \left]\frac{1}{7};\frac{2}{7}\right[\right) \cap \left[0;\frac{19}{49}\right] \Leftrightarrow x \in \left]0;\frac{1}{7}\right[\cup \left]\frac{1}{7};\frac{2}{7}\right[$

Donc : $S = \left]-\frac{1}{5};0\right[\cup \left]0;\frac{1}{7}\right[\cup \left]\frac{1}{7};\frac{2}{7}\right[\cup \left[\frac{19}{49};+\infty\right[$

Exercice 22 :A) soit la fonction g définie par : $g(x) = x - lnx$

1) Déterminer D_g l'ensemble de définition de la fonction g et déterminer les limites aux bornes de D_g

2) Déterminer la fonction dérivée de la fonction g puis dresser le tableau de variation de g

3) en déduire que : $\forall x > 0 \qquad x > lnx$

B) soit la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+lnx}{x-lnx}; si..x \succ 0 \\ f(0) = -1 \end{cases}$$

1)Montrer que $D_f = [0;+\infty[$

2)Montrer que f est continue à droite de 0

3)calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

4) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite de 0

5) Montrer que : $\forall x \in]0;+\infty[\quad f'(x) = \frac{2(1-lnx)}{(x-lnx)^2}$

6) Dresser le tableau de variation de f

7)déterminer les points d'intersections de C_f et la Droite : $(\Delta): y = 1$

8) Montrer que : C_f coupe l'axe des abscisses en un point d'abscisse dans $\left]\frac{1}{2};1\right[$

9) Construire la courbe C_f dans un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ ($ln2 \approx 0,7$, $e \approx 2,7$)

Solution :1) $D_g =]0;+\infty[$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x - lnx = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(1 - \frac{lnx}{x}\right) = +\infty$

Car : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{lnx}{x} = 0$

$\lim\limits_{x\to0^+} g(x) = \lim\limits_{x\to0^+} x - lnx = +\infty$ Car : $\lim\limits_{x\to0^+} lnx = -\infty$

2) $g'(x) = (x-lnx)' = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$

Le signe de: $g'(x)$ est celui de $x-1$ car $x \in]0;+\infty[$

Tableau de variation de g

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هذا الملف هو موقع مدارسي

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

3)on remarque que : que la fonction g

Admet une valeur minimal en $x_0 = 1$

Donc : $g(1) \le g(x) \quad \forall x \in]0;+\infty[\qquad g(1) = 1$

Donc : $0 < 1 \le x - lnx$ Donc : $lnx < x \quad \forall x \in]0;+\infty[$

B) 1) $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x+lnx}{x-lnx} \\ f(0) = -1 \end{cases}$

f est définie ssi $x - lnx \neq 0$ et $x > 0$

On a $0 < x - lnx$ donc : $x - lnx \neq 0$ et on a $f(0) = -1$

Donc : $D_f = [0;+\infty[$

2) $$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{x+lnx}{x-lnx} = \lim_{x\to 0^+} \frac{lnx\left(\frac{x}{lnx}+1\right)}{lnx\left(\frac{x}{lnx}-1\right)} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{x}{lnx}+1}{\frac{x}{lnx}-1}$$

Et on a $\lim\limits_{x\to 0^+} lnx = -\infty$ donc $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x}{lnx} = 0^-$ et $\dfrac{0}{\infty} = 0$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -1 = f(0)$$

Donc :f est continue à droite de 0

3)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x+lnx}{x-lnx} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(1+\frac{lnx}{x}\right)}{x\left(1-\frac{lnx}{x}\right)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1+\frac{lnx}{x}}{1-\frac{lnx}{x}} = 1$$

Car : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{lnx}{x} = 0$

*Interprétation graphique :*la droite $y = 1$ est une asymptote a la courbe de f

4) Etude de la dérivabilité de la fonction f à droite de 0 :

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{x+lnx}{x-lnx}+1}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{x+lnx+x-lnx}{x-lnx}}{x}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{2x}{x(x-lnx)} = \lim_{x\to 0^+} \frac{2}{x-lnx} = 0 = f'_d(0)$$

Donc : f est dérivable à droite de 0

5)

$$f'(x) = \left(\frac{x+lnx}{x-lnx}\right)' = \frac{(x+lnx)'(x-lnx)-(x+lnx)(x-lnx)'}{(x-lnx)^2}$$

$$= \frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)(x-lnx)-(x+lnx)\left(1-\frac{1}{x}\right)}{(x-lnx)^2} = \frac{x-lnx+1-\frac{lnx}{x}-x-lnx+1+\frac{lnx}{x}}{(x-lnx)^2}$$

$$\forall x \in]0;+\infty[\ : f'(x) = \frac{2-2lnx}{(x-lnx)^2} = \frac{2(1-lnx)}{(x-lnx)^2}$$

6) tableau de variation de f : $x \in]0;+\infty[$

Le signe de: $f'(x)$ est celui de $1-lnx$

$1-lnx > 0 \Leftrightarrow 1 > lnx \Leftrightarrow \ln e > lnx \Leftrightarrow e > x$

Tableau de variation de f

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	↗	$\frac{e+1}{e-1}$	↘	1

7) points d'intersections de C_f et $(\Delta): y = 1$?

$$f(x) = 1 \Leftrightarrow \frac{x+lnx}{x-lnx} = 1 \Leftrightarrow x+lnx = x-lnx$$

$$f(x) = 1 \Leftrightarrow 2lnx = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

le point d'intersection de C_f et la Droite : $(\Delta): y = 1$

est : $A(1;1)$

8) f est continue sur $D_f = [0;+\infty[$ donc continue

Sur : $\left[\frac{1}{2};1\right]$ et on a : $f(1) = \dfrac{\frac{1}{2}+ln(1)}{\frac{1}{2}-ln(1)} = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1 > 0$

Et $f\left(\frac{1}{2}\right) = \dfrac{\frac{1}{2}+ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2}-ln\left(\frac{1}{2}\right)} = \dfrac{\frac{1}{2}-ln2}{\frac{1}{2}+ln2} = \dfrac{\frac{1-2ln2}{2}}{\frac{1+2ln2}{2}} = \dfrac{1-2ln2}{1+2ln2} < 0$

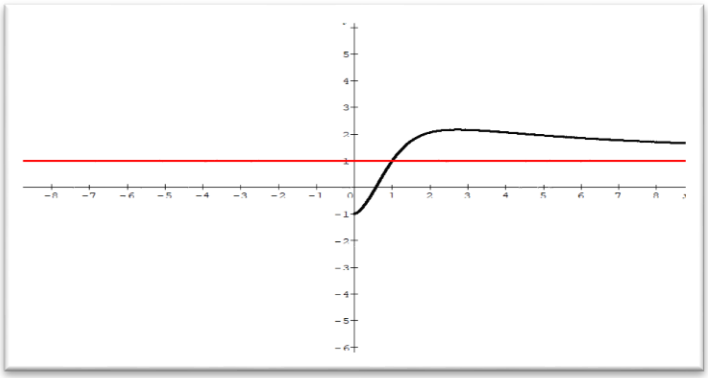
Donc : d'après le théorème des valeurs intermédiaires : l'équation $f(x) = 0$ admet au

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

moins une solution dans $\left]\frac{1}{2};1\right[$ cad C_f coupe l'axe des abscisses en un point d'abscisse dans $\left]\frac{1}{2};1\right[$

9)



Exercice 23 : Considérons les fonctions f et g définies sur $]-1;+\infty[$ par :

$f(x)=\ln(1+x)-x+\frac{x^2}{2}$ et $g(x)=\ln(1+x)-x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}$

1)a)calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-1^+} g(x)$

b) montrer que : $\forall x\in]-1;+\infty[$ on a :

$$g(x)=(1+x)\left(\frac{\ln(1+x)}{1+x}-\frac{2x^3-3x^2+6x}{6(1+x)}\right)$$

et en déduire : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

c) Etudier les variations les fonctions f et g
Puis dresser les tableaux de variations de f et g

2) en déduire que $\forall x\in]0;+\infty[$:

$$x-\frac{x^2}{2}\prec\ln(1+x)\prec x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$$

3) calculer : $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{x-\ln(1+x)}{x^2}$

4)monter que : $\forall x\in]0;+\infty[$:

$$x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\prec\ln(1+x)\prec x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$$

Solution :1) $\lim\limits_{x\to-1^+}\ln(1+x)$?

On pose : $t=1+x$ $\quad x\to-1^+\Leftrightarrow t\to0^+$

$\lim\limits_{x\to-1^+}\ln(1+x)=\lim\limits_{t\to0^+}\ln t=-\infty$

Et on a : $\lim\limits_{x\to-1^+}-x+\frac{x^2}{2}=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

Donc : $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to-1^+}\ln(1+x)-x+\frac{x^2}{2}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$? on a : $\lim\limits_{x\to+\infty}-x+\frac{x^2}{2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{2}=+\infty$

Et on a : $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(1+x)=+\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-1^+} g(x)=?$ on a : $\lim\limits_{x\to-1^+}\ln(1+x)=-\infty$

Et $\lim\limits_{x\to-1^+}-x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}=\frac{11}{6}$ donc : $\lim\limits_{x\to-1^+} g(x)=-\infty$

b) montrons que : $\forall x\in]-1;+\infty[$ on a :

$g(x)=(1+x)\left(\frac{\ln(1+x)}{1+x}-\frac{2x^3-3x^2+6x}{6(1+x)}\right)$?

$g(x)=\ln(1+x)-\left(x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}\right)=\ln(1+x)-\left(\frac{2x^3-3x^2+6x}{6}\right.$

$g(x)=(1+x)\left(\frac{\ln(1+x)}{1+x}-\frac{2x^3-3x^2+6x}{6(1+x)}\right)$

Déduction de : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$?

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(1+x)\left(\frac{\ln(1+x)}{1+x}-\frac{2x^3-3x^2+6x}{6(1+x)}\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(1+x)}{1+x}$? On pose: $t=1+x$

$x\to+\infty\Leftrightarrow t\to+\infty$ donc :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(1+x)}{1+x}=\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{\ln t}{t}=0$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^3-3x^2+6x}{6(1+x)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^3}{6x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{3}=+\infty$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Donc : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} 1+x=+\infty$

C1) Etude des variations les fonctions f?

$\forall x\in]-1;+\infty[\quad x\to\ln(1+x)$ est dérivable donc f est dérivable et on a :

$$f'(x)=\frac{(1+x)'}{1+x}-1+x=\frac{1}{1+x}-(1-x)=\frac{x^2}{1+x}\geq 0 \quad \forall x\in]-1;+\infty[$$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$

Donc : *tableau de variations de* f :

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$

C2) Etude des variations les fonctions g ?

g est dérivable sur $\forall x\in]-1;+\infty[$ et on a :

$$g'(x)=\frac{1}{1+x}-(1-x+x^2)=\frac{-x^3}{1+x}$$

Le signe de $g'(x)$ est celui de $-x$

Donc : *tableau de variations de g* :

x	-1		0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$g(x)$	‖ $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

2) déduction d'un encadrement de $\ln(1+x)$?

Des variations les fonctions f et g en deduit que :

$g(x)\prec 0\prec f(x)\quad \forall x\in]0;+\infty[$ donc :

$$\ln(1+x)-x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\prec 0\prec \ln(1+x)-x+\frac{x^2}{2}$$

Donc : $x-\frac{x^2}{2}\prec \ln(1+x)\prec x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}\quad \forall x\in]0;+\infty[$

3) $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{x-\ln(1+x)}{x^2}$?

Donc : $x-\frac{x^2}{2}\prec \ln(1+x)\prec x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$ on deduit que

$\frac{1}{2}-\frac{x}{3}\prec\frac{x-\ln(1+x)}{x^2}\prec\frac{1}{2}$ et puisque : $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1}{2}-\frac{x}{3}=\frac{1}{2}$

Donc : $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{x-\ln(1+x)}{x^2}=\frac{1}{2}$

4)montrons que : $\forall x\in]0;+\infty[$:

$x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\prec \ln(1+x)\prec x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$?

Soit ψ la fonction définie $\forall x\in]-1;+\infty[$

Par : $\psi(x)=g(x)+\frac{x^4}{4}$

ψ est dérivable sur $\forall x\in]-1;+\infty[$ et on a :

$$\psi'(x)=g'(x)+x^3=\frac{x^4}{1+x}\geq 0 \quad \forall x\in]-1;+\infty[$$

$\psi'(x)=0\Leftrightarrow x=0$ donc ψ strictement croissante sur $]-1;+\infty[$

$x\geq 0\Rightarrow\psi(x)\geq\psi(0)=0$

donc : $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\prec \ln(1+x)\quad \forall x\in]0;+\infty[$

donc : $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\prec \ln(1+x)\prec x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$

Exercice 24 : Considérons la fonction f définie par : $f(x)=x-3+\frac{3}{2x}+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|$

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f

2)montrer que le domaine d'étude de f est : $D_E=]0;1[\cup]1;+\infty[$

3) Déterminer les limites aux bornes de D_E

4) Etudier les variations de f sur D_E

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

5) Etudier les branches infinies de (C_f)

la courbe de f

6). Construire la courbe (C_f) dans D_E

Solution : 1) $f(x)=x-3+\frac{3}{2x}+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|$

cette fonction est définie ssi : $x\neq 0$ et $x\neq 1$

et $\frac{x+1}{x-1}\neq 0$ donc : $x\neq -1$ et $x\neq 1$ et $x\neq 0$

donc : $D_I=\mathbb{R}-\{-1;0;1\}$

2)le domaine d'étude de f ?

a) $\forall x\in\mathbb{R}-\{-1;0;1\}$ on a $-x\in\mathbb{R}-\{-1;0;1\}$

b) $f(-x)=-x-3-\frac{3}{2x}+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{-x+1}{-x-1}\right|$

$f(-x)=-x-3-\frac{3}{2x}+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|$

$f(-x)=-x-3-\frac{3}{2x}-\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|$

Donc : $f(-x)+f(x)=-6$

Donc : $f(2\times 0-x)+f(x)=2\times(-3)-f(x)$

Donc le point : $I(0;-3)$ est un centre de symétrie

de (C_f) la courbe de f

donc Il suffit d'étudier f sur : $D_E=]0;1[\cup]1;+\infty[$

3) les limites aux bornes de D_E ?

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$

On a : $\lim\limits_{x\to 1}\left|\frac{x+1}{x-1}\right|=+\infty$ et $\lim\limits_{t\to+\infty}\ln t=+\infty$

donc : $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=+\infty$

on a : $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|=0$ donc : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

4) Etude des variations de f sur D_E ?

La fonction f est dérivable sur les intervalles $]1;+\infty[$ et $]0;1[$ (somme et composées de fonctions dérivables)

et on a : $f'(x)=1-\frac{3}{2x^2}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-1}\right)=\frac{(2x^2-1)(x^2-3)}{2x^2(x^2-1)}$

$\forall x\in]0;1[\cup]1;+\infty[$

Donc : *tableau de variations de* f :

x	0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\sqrt{2}/2)$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$f(\sqrt{3})$	↗	$+\infty$

5) Etude des branches infinies de (C_f)

la courbe de f ?

- $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ donc : $x=0$ est une asymptote

de la courbe de f

- $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=+\infty$ donc : $x=1$ est une asymptote

de la courbe de f

- $x=-1$ est une asymptote de la courbe de f (par symétrie)

- On a : $f(x)-(x-3)=\frac{3}{2x}+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|$

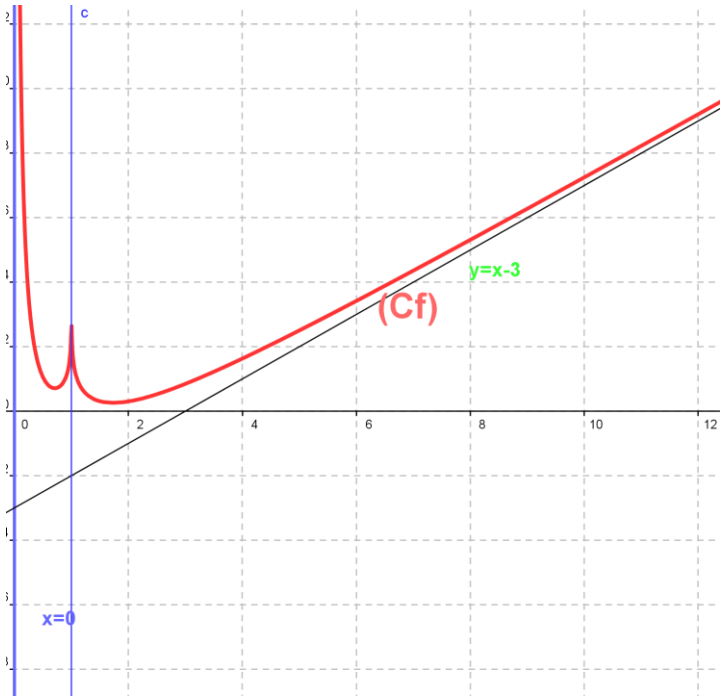
$\lim\limits_{|x|\to+\infty} f(x)-(x-3)=\lim\limits_{|x|\to+\infty}\frac{3}{2x}+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|=0$

Donc : $y=x-3$ est une asymptote oblique de la

courbe de f au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي



Exercice 25 :1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$\log_x (x+1) = \log_{x+1} (x)$$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$\log_2 (x) > \log_x (2)$$

Exercice 26 : Considérons la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{1-\ln x}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f
2) Résoudre l'équation $f(x) = 1$
3) Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 1$
4) Etudier la dérivabilité de la fonction f à gauche de e
5) Etudier les variations de f et en déduire que f est une bijection de D_f vers un intervalle J.
6) Construire dans le même repère Cf et $C_{f^{-1}}$

Exercice 27 : Considérons la fonction g définie par : $g(x) = x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g
2. a) Montrer que la fonction g admet un prolongement par continuité en 0 noté g

b) Etudier la dérivabilité de g en 0 et interpréter géométriquement le résultat obtenu.
3. Déterminer les limites de la fonction g en $+\infty$ et en -1 à gauche.
4. Déterminer la fonction dérivée de la fonction g puis dresser le tableau de variation de g
5. Etudier les branches infinies de la courbe Cg.
6. Construire la courbe Cg

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien



Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع