Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Lycée ANISSE	D.S.N°3	$\frac{1}{2}$	2.B.A.C.S.P

6pts — Exercice N°1 : on considère la suite (U_n) définie par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{1}{7}U_n + 3 \quad / n \in \mathbb{N}$

0,5 — 1°/ Vérifier que $(\forall n \in \mathbb{N})$: $U_{n+1} - \frac{7}{2} = \frac{1}{7}\left(U_n - \frac{7}{2}\right)$

1 — 2°/ a- Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N})$: $U_n < \frac{7}{2}$

1 — b- Montrer que la suite (U_n) est croissante.

0,5 — c- Déduire que la suite (U_n) est convergente

3°- on pose $V_n = U_n - \frac{7}{2} \quad / n \in \mathbb{N}$

1,5 — a- Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{7}$; puis exprimer V_n en fonction de n.

1,5 — b- Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})$: $U_n = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}\left(\frac{1}{7}\right)^n$, puis calculer sa limite.

4pts — Exercice N°2 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations suivantes.

$\ln(x^2+5) = \ln(x+2) + \ln(2x)$; $(2-x)\ln x > 0$; $2 - \ln(x) = 0$

3pts — Exercice N°3 : Calculer les limites suivantes

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(1+2x)}{x}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln^3(x)}{x}$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \ln(2x^2+1)$; $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{x^2} + \ln x$

7pts — Exercice N°4 : Ⓐ Soit g la fonction numérique définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x) = x - \frac{1}{2}\ln(x)$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Lycée ANISSE	D.S.N° 3	2/2	2.B.A.C.S.P

0,5 — 1° - a - Montrer que $(\forall x>0)$: $g'(x)=\frac{2x-1}{2x}$

0,5 — b - En déduire que la fonction g est croissante sur $[\frac{1}{2}, +\infty[$ et décroissante sur $]0, \frac{1}{2}]$

0,5 — c - Montrer que $(\forall x>0)$: $g(x)>0$ (Remarquer que $g(\frac{1}{2})>0$)

0,25 — d - En déduire que $(\forall x>0)$: $x^2 - \ln x > 0$

(B) Soit f la fonction numérique définie sur $]0,+\infty[$ par :

$$f(x)=x^2-1-(\ln x)^2$$

(C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal

0,5 — 1° - a Montrer que $\lim_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$ puis interpréter graphiquement.

1 — b - Montrer que $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$.

0,25 — c - Que peut-on en déduire pour la courbe (C) ?

1 — 2° - a - Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que :

$$(\forall x>0) : \quad f'(x)=\frac{2(x^2-\ln x)}{x}$$

0,5 — b - En déduire que f est strictement croissante sur $]0,+\infty[$.

0,5 — c - Montrer que la tangente à la courbe (C) au point A(1,0) a pour équation : (T) : $y=2x-2$

0,5 — 3° - a - Montrer que $(\forall x>0)$: $f''(x)=\frac{2(x^2-1+\ln x)}{x^2}$

0,5 — b - Montrer que A est le seul point d'inflexion de (C)

0,5 — 4° - Construire la courbe (C) et la droite (T).

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع