Madarisy.com : مصدر هذا الملف هو موقع مدارسي



Telegram: https://t.me/OmegaXmaths
2BAC - SC- F 2
Lycée SAADA
Inzgane Ait Melloul

0.1 Continuité en un point - Continuité sur un intervalle

0.1.1 Continuité en un point

Définition 1

Soit f une fonction numérique définie sur un intervalle ouvert I, et $x_0 \in I$.
On dit que f est continue au point x_0 si et seulement si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

0.1.2 Continuité à droite et à gauche en un point.

Définition 2

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[x_0; x_0+\alpha[$; $\left(\,]x_0-\alpha; x_0]\,\right)$ où $\alpha > 0$

$*$ On dit f est continue à droite $\left(\text{ à gauche }\right)$ en x_0 si $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)$: $\left(\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0)\right)$

Propriété

La fonction f est continue en $x_0 \quad \Leftrightarrow \quad \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)$

0.1.3 Continuité sur un intervalle.

Définition 3

On dit qu'une fonction f est continue sur $[a,b]$ si elle est continue en tout élément de l'intervalle $]a,b[$ et continue à droite en a et à gauche en b

Remarque

De la même façon,On définit la continuité d'une fonction sur les intervalles $[a,b[$,$]a,b]$,$[a,+\infty[$ et $]-\infty,b]$

0.1.4 Continuité des fonctions usuelles

Conséquence

Les fonctions polynômes , Rationnelles ;$x \to \sqrt{x}$;$x \to \cos x$;$x \to \sin x$ *et* $x \to \tan x$; sont continue sur chaque intervalle inclus dans leur ensemble de définition

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هذا الملف هو موقع مدارسي

0.1.5 Opération sur les fonctions Continue

Propriété

Si f et g sont continues sur I, alors : $f+g$, $f\times g$; kf sont continues sur I

Si f et g sont continues sur I,avec $\left(\forall x\in I, g(x)\neq 0\right)$ alors : $\frac{f}{g}$; $\frac{1}{g}$ sont continues sur I

0.2 Image d'un intervalle par une fonction continue.

Définition

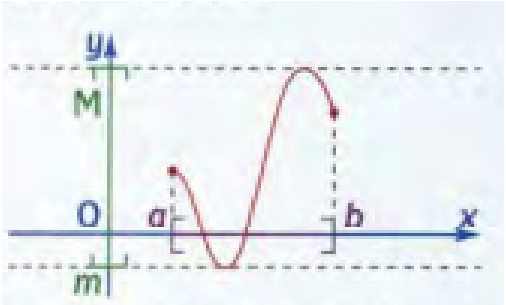
L'image d'un intervalle I par une fonction f est l'ensemble de tous les nombres avec x dans I. On note $f(I)$.

Propriété 1

L'image d'un segment (intervalle) par une fonction continue est un segment (intervalle).

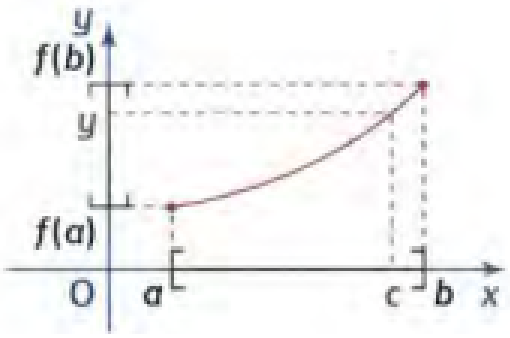
Info

$f([a;b])=[m;M]$ avec $m=\min\limits_{x\in[a,b]} f(x)$ et $M=\max\limits_{x\in[a,b]} f(x)$



0.2.1 Image d'un intervalle par une fonction continue et strictement monotone.

Soit f une fonction continue et strictement monotone sur l'intervalle I ; On a les résultats suivants



Telegram: https://t.me/OmegaXmaths
2BAC - SC- F 2
Lycée SAADA
Inzgane Ait Melloul

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع
2022-2023 ©

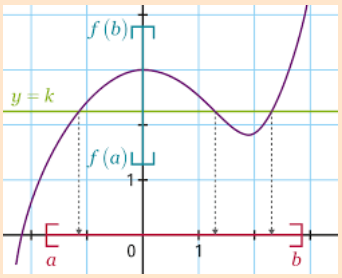
Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

	L'image de $f(I)$	
	f est strictement croissante	f est strictement décroissante
$[a;b]$	$[f(a);f(b)]$	$[f(b);f(a)]$
$]a;b[$	$\left]\lim\limits_{x\to a^+} f(x);\lim\limits_{x\to b^-} f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x\to b^-} f(x);\lim\limits_{x\to a^+} f(x)\right[$
$[a;b[$	$\left[f(a);\lim\limits_{x\to b^-} f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x\to b^-} f(x);f(a)\right]$
$]-\infty;a]$	$\left]\lim\limits_{x\to -\infty} f(x);f(a)\right]$	$\left[f(a);\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)\right[$
$]a;+\infty[$	$\left]\lim\limits_{x\to a^+} f(x);\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x\to +\infty} f(x);\lim\limits_{x\to a^+} f(x)\right[$
$\mathbb{R}$	$\left]\lim\limits_{x\to -\infty} f(x);\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x\to +\infty} f(x);\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)\right[$

0.3 Théorème des valeurs intermédiaires.

Propriété

Soit f une fonction continue sur $[a;b]$;alors $\forall k \in f([a;b])$, il existe au moins une un réel c dans l'intervalle $[a;b]$, tel que $f(c)=k$



Conséquence 1

Soit f une fonction continue sur $[a;b]$ et $f(a)\times f(b)<0$, alors l'équation $f(x)=0$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[a;b]$.

Conséquence 2

Soit f une fonction continue et strictement monotone sur $[a;b]$;alors pour tout $k \in f([a;b])$, il existe une seul réel $c \in [a;b]$, tel que $f(c)=k$

0.4 Continuité de la composée de deux fonctions.

Conséquence 2

Soit f une fonction continue sur I et g une fonction continue sur J et tel que $f(I)\subset J$, alors gof est continue sur I

Telegram: https://t.me/OmegaXmaths
2BAC - SC- F 2
Lycée SAADA
Inzgane Ait Melloul

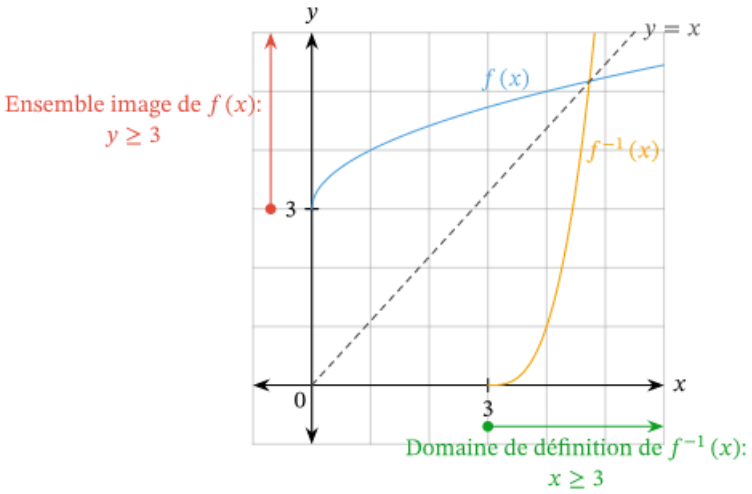
Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع
2022-2023 ©

Madarisy.com : مصدر هذا الملف هو موقع مدارسي

0.5 Fonction réciproque

Propriété 1

Si f est une fonction continue et strictement monotone sur I , alors f admet une fonction réciproque,notée f^{-1} définie sur $f(I)=J$ vers I



Propriété 2

- $\begin{cases} f(y)=x \\ y\in I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f^{-1}(x)=y \\ x\in f(I) \end{cases}$
- $(\forall x\in I)\,;f^{-1}\circ f(x)=x$
- $(\forall x\in f(I))\,;f\circ f^{-1}(x)=x$
- La fonction f^{-1} est continue et monotonie sur $f(I)$.
- Cf^{-1} est symétrique de Cf par rapport à la droite d'équation $y=x$ dans un repère orthonormé.

0.6 Fonction racine n- iéme

Définition

La fonction réciproque de la fonction définie sur $[0+\infty[$; par: $x\mapsto x^n$ *avec* $n\in\mathbb{N}^*$ est appelée fonction racine n-ième; notée $x\mapsto \sqrt[n]{x}$

Propriété

- La fonction $x\mapsto \sqrt[n]{x}$ est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[0+\infty[$; et $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[n]{x}=+\infty$
- les deux courbes C_f et C_f^{-1} sont symétrique par rapport à la première bissectrice d'équation $y=x$.

Propriété

$\forall n\in\mathbb{N}^*$ et $\forall(a;b)\in\mathbb{R}_+^2$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Telegram: https://t.me/OmegaXmaths
2BAC - SC- F 2
Lycée SAADA
Inzgane Ait Melloul

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

- ♣ $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow a = b$
- ♣ $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow a < b$
- ♣ $\sqrt[n]{a^n} = a$

Propriété (Opérations sur les racines nième)

$\forall (n;m) \in \mathbb{N}^* \quad$ et $\quad \forall (a;b) \in \mathbb{R}_+^2$

- ♣ $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$
- ♣ $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad Si \quad (b \neq 0)$
- ♣ $\sqrt[n]{\dfrac{1}{b}} = \dfrac{1}{\sqrt[n]{b}} \quad (si \quad b \neq 0)$
- ♣ $\sqrt[nm]{a^m} = \sqrt[n]{a}$ et $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

Propriété

$p \in \mathbb{Z}^*$; $p \in \mathbb{N}^*$ et $\forall x \in \mathbb{R}^+$: $\sqrt[q]{x^p} = x^{\frac{p}{q}}$

Cas particulier: $\sqrt[q]{x} = x^{\frac{1}{q}}$ *et* $\sqrt[2]{x} = x^{\frac{1}{2}}$

0.7 L'équation $x^n = a / n \in \mathbb{N}^*; x \in \mathbb{R}; a \in \mathbb{R}$

	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$
n est paire	$x = \sqrt[n]{a}$ *ou* $x = -\sqrt[n]{a}$	$x = 0$	
n est impaire	$x = \sqrt[n]{a}$	$x = 0$	$x = -\sqrt[n]{\lvert a \rvert}$

Des Remarques

$a \in \mathbb{R}^*{}_+$; $b \in \mathbb{R}^*{}_+$

$\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b} = \dfrac{a-b}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}$ / $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = \dfrac{a+b}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}$

Telegram: https://t.me/OmegaXmaths
2BAC - SC- F 2
Lycée SAADA
Inzgane Ait Melloul

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع
2022-2023 ©