Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

Exercice 1 :

1ère partie :

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x)=x(x-1)+\ln x$.

① - a - Calculer $g'(x)$ pour tout $x\in]0;+\infty[$.

b - Etudier les variations de la fonction g.

② - Calculer $g(1)$, puis déduire le signe de $g(x)$ sur $]0;+\infty[$.

2ème partie :

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=(x-1)^2+\ln^2(x)$.

① - Calculer $\lim\limits_{\substack{x\mapsto 0\\ x\succ 0}} f(x)$ et interpréter le résultat géométriquement .

② - Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, puis étudier la branche infinie de courbe $(\mathscr{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$.

③ - a - Montrer que : $\forall x\in]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x}$.

b - En déduire les variations de f sur D_f .

④ - Tracer $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3ème partie :

Soit h la restriction de f à l'intervalle $I=]0;1]$.

① - Montrer que la fonction h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer .

② - Tracer $(\mathscr{C}_{h^{-1}})$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 2 :

1ère partie :

Soit f la fonction numérique définie par : $\begin{cases} f(x)=x(\ln x)^2+x & ; x\succ 0\\ f(0)=0\end{cases}$.

① - Déterminer D_f .

② - a - Montrer que : $\lim\limits_{\substack{x\mapsto 0\\ x\succ 0}} x(\ln x)^2=0$.

b - En déduire que la fonction f continue à droite du point $x_0=0$.

c - Etudier la dérivabilité de f en 0 à droite et interpréter le résultat géométriquement.

③ - Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$, puis étudier la branche infinie de courbe $(\mathscr{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$.

④ - Calculer $f'(x)$ pour tout $x\in D_f-\{0\}$, et étudier les variations de la fonction f.

⑤ - a - Calculer $f''(x)$ pour tout $x\in D_f-\{0\}$.

b - Etudier la concavité de la courbe $(\mathscr{C}_f)$.

idrissi405@gmail.com

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي

⑥- a - Déterminer d'équation de la droite (Δ) tangente à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ au point d'abscisse $x_0 = 1$.

b - Etudier les positions relatives de $(\mathscr{C}_f)$ et la droite (Δ).

⑦- Tracer $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

⑧- a - Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer .

b - Montrer que f^{-1} est dérivable sur J.

c - Calculer $(f^{-1})'(1)$.

d - Tracer $(\mathscr{C}_{f^{-1}})$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

☺ 2ème partie :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{e} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$.

①- Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$: $\dfrac{1}{e} \le u_n \le 1$.

②- Montrer que la suite (u_n) est croissante.

③- Montrer que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

Exercice 3 :

☺ 1ère partie :

Soit g la fonction définie par : $g(x) = x - \ln x$.

①- Déterminer D_g , puis trouver les limites de f aux bornes de D_g .

②- Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in D_g$, et étudier les variations de la fonction g.

③- En déduire que : $(\forall x \in]0;+\infty[)$: $\ln x \prec x$.

☺ 2ème partie :

Soit f la fonction numérique définie par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x + \ln x}{x - \ln x} \quad ; \ x \succ 0 \\ f(0) = -1 \end{cases}$.

①- Déterminer D_f .

②- a - Montrer que la fonction f est continue en 0 à droite .

b - Etudier la dérivabilité de f en 0 à droite et interpréter le résultat géométriquement.

③- Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$ et interpréter le résultat géométriquement.

④- Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in D_f - \{0\}$, et étudier les variations de la fonction f.

⑤- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $\dfrac{1}{2} \prec \alpha \prec 1$.

⑥- Tracer $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.(On prends $e \approx 2,7$ et $\ln 2 \approx 0,7$).

idrissi405@gmail.com

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع