Madarisy.com : مصدر هدا الملف هو موقع مدارسي
Benmoussa Mohammed

Nombre complexe

- Le nombre de la forme $z=a+bi$ tel que $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$ s'appelle nombre complexe .
- $a=Re(z)$ partie réelle de z ; $b=Im(z)$ partie imaginaire de z .
- $z=a\in\mathbb{R}$ s'appelle réel pur ; $z=bi$; $(b\in\mathbb{R}^*)$ s'appelle nombre complexe imaginaire pur
- $\bar{z}=a-bi$ s'appelle le conjugué de $z=a+bi$.
- $\mathbb{C}$ est l'ensemble des nombres complexes . $\mathbb{C}$ est muni des opérations l'addition et la multiplication qui prolongent les mêmes opérations dans $\mathbb{R}$ ont mêmes propriétés que dans $\mathbb{R}$. le reste de la leçon on considéré $z=x+yi$ et $z'=x'+y'i$ de $\mathbb{C}$ $(a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R})$

❖ Addition dans $\mathbb{C}$: $z+z'=x+yi+x'+y'i=(x+x')+(y+y')i$. $x,y;x'$ et $y'\in\mathbb{R}$

❖ Multiplication dans $\mathbb{C}$: $z\times z'=(x+yi)\times(x'+y'i)=(xx'-yy')+(xy'+yx')i$.

cas particulier $k\in\mathbb{R}$: $k.z=k.(x+yi)=kx+kyi$

❖ L'inverse de $z=a+bi\neq 0((a,b)\neq(0,0))$:

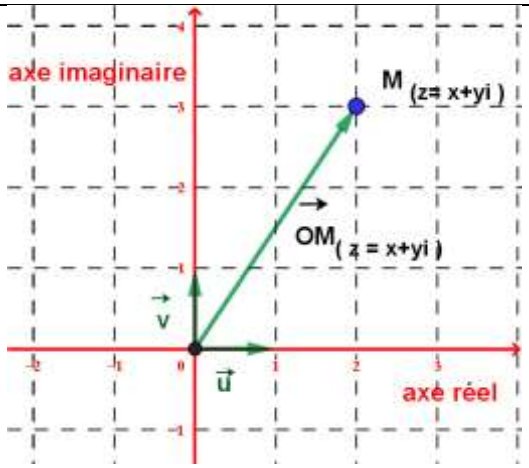
$$\frac{1}{z'}=\frac{1}{x'+y'i}=\frac{1\times\overline{z'}}{z'\overline{z'}}=\frac{1\times(x'-y'i)}{(x'+y'i)(x'-y'i)}=\frac{x'}{x'^2+y'^2}-\frac{y'}{x'^2+y'^2}i$$.

❖ Le quotient de z par z' :

$$\frac{z}{z'}=\frac{x+yi}{x'+y'i}=\frac{z\times\overline{z'}}{z'\times\overline{z'}}=\frac{1}{z'\times\overline{z'}}\times z\times\overline{z'}$$

$$=\frac{1}{x'^2+y'^2}\times(x+yi)(x'-y'i)=\frac{xx'+yy'}{x'^2+y'^2}+\frac{yx'-xy'}{x'^2+y'^2}i$$

Présentation géométrique d'un nombre complexe



Le plan (P) est muni d'un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$.

- A tout nombre complexe $z=x+yi$ de $\mathbb{C}$ on lui associe le point $M(x,y)$ de (P) c.à.d. :

$f:\quad \mathbb{C}\to(P)$

$z=x+yi\mapsto f(z)=f(x+yi)=M(x,y)$ (ou bien $\overrightarrow{OM}=x\vec{u}+y\vec{v}$)

❖ Dans ce cas :

➢ Le plan (P) est appelé le plan complexe .

➢ le point $M(x,y)$ est l'image du complexe $z=x+yi$.

➢ on note $M_{(z)}$ ou $M_{(x+yi)}$ on lit le point M d'affixe z .de même pour le vecteur $\overrightarrow{OM}_{(z)}$.

➢ on note aussi z_M on lit z est l'affixe de M . de même pour $z_{\overrightarrow{OM}}$.

➢ Si $z=a\in\mathbb{R}$ alors M est sur l'axe des abscisses sera nommé axe réel .

➢ Si $z=bi$, $(b\in\mathbb{R})$ alors M est sur l'axe des ordonnés sera nommé axe imaginaire .

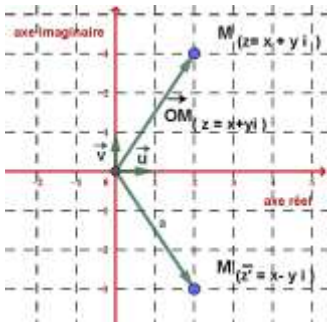
Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Propriétés des affixes

$A(z_A)$; $B(z_A)$;$C(z_C)$ et $I(z_I)$ sont trois points du plan complexe (P) .

- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $z_B - z_A$.
- Le vecteur $k\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $k(z_B - z_A)$.
- Le point I milieu de $[A,B]$ a pour affixe $z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$.
- $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$; $(k \in \mathbb{R})$ càd $z_C - z_A = k(z_B - z_A)$ ou bien $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = k \in \mathbb{R}$ d'où les points A et B et C sont alignés (avec $z_B - z_A \neq 0$)

Conjugué de $z = x + yi$ et Propriétés



- $z' = x - yi$ est appelé le conjugué de z on note $z' = \bar{z} = x - yi$.
- $z + \bar{z} = 2x = 2\,Re(z)$ et $z - \bar{z} = 2yi = 2\,Im(z)i$.
- $\bar{\bar{z}} = z$ et $z \times \bar{z} = x^2 + y^2$ et $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z'}$ et $\overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z'}$
- $(z' \neq 0)$; $\overline{\left(\frac{1}{z'}\right)} = \frac{1}{\bar{z'}}$; $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z'}}$ et $\overline{z^p} = (\bar{z})^p$; $p \in \mathbb{Z}$ (avec $z \neq 0$ si $p \in \mathbb{Z}^-$)

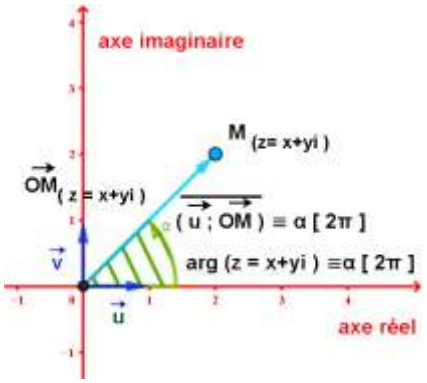
Module de $z = x + yi$

- Le nombre réel positif $\sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{x^2 + y^2}$ s'appelle le module de z sera noté $|z| = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{x^2 + y^2}$.
- Interprétation géométrique du module de z : $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \|\overrightarrow{OM}\|$ avec M d'affixe $z = x + yi$.
- D'où : $\|\overrightarrow{AB}\| = AB = |z_B - z_A|$.
- $\left|\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right| = \frac{AB}{AC}$ donc si on a $\left|\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right| = \frac{AB}{AC} = 1$ alors le triangle ABC est isocèle en A .

Propriétés du module

$\lvert\bar{z}\rvert = \lvert -z\rvert = \lvert z\rvert = \lvert -\bar{z}\rvert$	$\lvert z + z'\rvert \leq \lvert z\rvert + \lvert z'\rvert$	$\lvert z\rvert = 0 \Leftrightarrow z = 0$
$\left\lvert\frac{1}{z'}\right\rvert = \frac{1}{\lvert z'\rvert}$; $\left\lvert\frac{z}{z'}\right\rvert = \frac{\lvert z\rvert}{\lvert z'\rvert}$ $(z' \neq 0)$	$\lvert z \times z'\rvert = \lvert z\rvert \times \lvert z'\rvert$	$\lvert z^p\rvert = \lvert z\rvert^p$, $p \in \mathbb{Z}$ et $z \neq 0$

Argument d'un nombre complexe non nul



$M_{(z)}$ ($M_{(z)} \neq O$ donc $z \neq 0$) est un point du plan complexe (P) est muni d'un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$.

- Toute mesure α de l'angle orienté $(\vec{u}, \vec{v})$ s'appelle argument du nombre complexe z on note : $arg(z) \equiv \alpha\ [2\pi]$; d'où $arg(z) \equiv (\vec{u}, \overrightarrow{OM})\ [2\pi]$ ou $arg(z) = \alpha + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

Remarque

- $z = a > 0$ alors $arg(a) \equiv 0\ [2\pi]$ et $z = a < 0$ alors $arg(a) \equiv \pi\ [2\pi]$.

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هذا الملف هو موقع مدارسي
Benmoussa Mohammed

<table>
<tr><td></td><td colspan="3">• $z=bi\ ;\ b>0$ alors $\arg(a)\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ et $z=bi\ ;\ b<0$ alors $\arg(a)\equiv-\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.
• $\arg(-z)\equiv\pi+\arg(z)[2\pi]$ et $\arg(\overline{z})\equiv-\arg(z)[2\pi]$ (sans oublier $z\neq0$) .</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Propriétés des arguments</td><td>$\arg(z\times z')\equiv\arg z+\arg z'\ [2\pi]$</td><td colspan="2">$p\in\mathbb{Z}\ ;\ \arg(z^p)\equiv p\times\arg z\ [2\pi]$</td></tr>
<tr><td>$\arg\left(\frac{1}{z'}\right)\equiv-\arg z'\ [2\pi]$</td><td colspan="2">$\arg\left(\frac{z}{z'}\right)\equiv\arg z-\arg z'\ [2\pi]$</td></tr>
<tr><td>Si $k>0$ alors $\arg(kz)\equiv\arg(z)\ [2\pi]$</td><td colspan="2">Si $k>0$ alors
$\arg(kz)\equiv\pi+\arg(z)\ [2\pi]$</td></tr>
<tr><td>« écriture trigonométrique (forme trigonométrique) D'un nombre complexe non nul</td><td colspan="3">$z=x+yi\in\mathbb{C}^*\ ;\ (z\neq0)$ tel que $\arg(z)\equiv\alpha\ [2\pi]\ ;\ |z|=r$.
Le nombre complexe z s'écrit de la forme suivante :
$z=|z|(\cos\alpha+i\sin\alpha)$ ou $z=\sqrt{x^2+y^2}(\cos\alpha+i\sin\alpha)$ ou $z=[\ |z|\ ,\arg(z)]$ ou $z=[r,\alpha]$ chaque écriture s'appelle écriture trigonométrique ou forme trigonométrique du nombre complexe non nul z</td></tr>
<tr><td>Remarque</td><td colspan="3">$z=a>0$ alors $z=[a,0]$, $z=a<0$ alors $z=[-a,\pi]$
$z=bi\ ;\ b>0$ alors $\left[b,\frac{\pi}{2}\right]$, $z=bi\ ;\ b<0$ alors $\left[b,-\frac{\pi}{2}\right]$</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Operations sur les formes trigonométriques</td><td rowspan="5">Abraham de Moivre en 1736
</td><td>Les operations</td><td>$z=[r,\alpha]=r(\cos\alpha+i\sin\alpha)$,
$z'=[r',\alpha']=r'(\cos\alpha'+i\sin\alpha')$</td></tr>
<tr><td>Produit : $z\times z'$</td><td>$z\times z'=[r,\alpha]\times[r',\alpha']=[r\times r',\alpha\times\alpha']$ ou
$zz'=r(\cos\alpha+i\sin\alpha)\times r'(\cos\alpha'+i\sin\alpha')$
$=rr'(\cos(\alpha+\alpha')+i\sin(\alpha+\alpha'))$</td></tr>
<tr><td>Produit :
$\underbrace{z\times z\times\cdots z}_{\text{n fois}}=z^n$
Formule de MOIVRE</td><td>$z^n=[r,\alpha]^n=[r^n,n\alpha]$
$z^n=(r(\cos\alpha+i\sin\alpha))^n=r^n(\cos n\alpha+i\sin n\alpha)$
Cas particulier $r=1$: $[1,\alpha]^n=[1^n,n\alpha]=[1,n\alpha]$ ou encore
$(\cos\alpha+i\sin\alpha)^n=(\cos n\alpha+i\sin n\alpha)$ formule de MOIVRE</td></tr>
<tr><td>Inverse</td><td>$\frac{1}{z'}=\frac{1}{[r',\alpha']}=[r',-\alpha']$ ou
$\frac{1}{z'}=\frac{1}{r'(\cos\alpha'+i\sin\alpha')}=\frac{1}{r'}(\cos(-\alpha')+i\sin(-\alpha'))$</td></tr>
<tr><td>Quotient</td><td>$\frac{z}{z'}=\frac{[r,\alpha]}{[r',\alpha']}=\left[\frac{r}{r'},\alpha-\alpha'\right]$ ou
$\frac{z}{z'}=\frac{r(\cos\alpha+i\sin\alpha)}{r'(\cos\alpha'+i\sin\alpha')}=\frac{r}{r'}(\cos(\alpha-\alpha')+i\sin(\alpha-\alpha'))$</td></tr>
</table>

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هذا الملف هو موقع مدارسي
Benmoussa Mohammed

Notation exponentielle ou écriture exponentielle D'un nombre complexe non nul

- L'écriture trigonométrique de $z=[r,\alpha]=[|z|,\arg z]$ sera notée de la manière suivante $z=[r,\alpha]=r(\cos\alpha+i\sin\alpha)=re^{i\alpha}$
- $z=re^{i\alpha}$ s'appelle l'écriture exponentielle ou la forme exponentielle de z non nul
- propriétés : $(e^{i\alpha})^n=e^{in\alpha}$; $\frac{e^{i\alpha}}{e^{i\beta}}=e^{i(\alpha-\beta)}$; $\frac{1}{e^{i\beta}}=e^{i\beta}$; $e^{i\alpha}\times e^{i\beta}=e^{i(\alpha+\beta)}$ avec α et β de $\mathbb{R}$ et $n\in\mathbb{Z}$.

Formules d' EULER

Leonhard EULER (Bâle 1707, Saint-Pétersbourg 1783)



La notation i fut introduite par Euler, le grand mathématicien suisse. Dans ce livre, on notera j à la place de i, notation utilisée pour l'intensité en électricité.

$\alpha\in\mathbb{R}$ on pose $z=[r,\alpha]=r(\cos\alpha+i\sin\alpha)$ on a :

$$\begin{cases}\cos\alpha=\dfrac{z+\bar{z}}{2}=\dfrac{e^{i\alpha}+e^{-i\alpha}}{2}\\ \sin\alpha=\dfrac{z-\bar{z}}{2i}=\dfrac{e^{i\alpha}-e^{-i\alpha}}{2i}\end{cases}$$ on les appelle formules d' EULER

Remarque : avec $z=\cos\alpha+i\sin\alpha=e^{i\alpha}$

- $e^{in\alpha}+e^{in\alpha}=z^n+(\bar{z})^n=2\cos n\alpha$
- $e^{in\alpha}-e^{in\alpha}=z^n-(\bar{z})^n=2i\sin n\alpha$.
- $e^{in\alpha}\times e^{in\alpha}=z^n\times(\bar{z})^n=1$

Equation du deuxième degré de la forme $z\in\mathbb{C}/z^2=a$

$a=0$ alors $S=\{0\}$	$a>0$ alors $S=\{\sqrt{a},-\sqrt{a}\}$	$a<0$ alors $S=\{i\sqrt{-a},-i\sqrt{-a}\}$

Equation du 2ième degré de la forme $z\in\mathbb{C}/az^2+bz+c=0$; $a\in\mathbb{R}^*$ $b\in\mathbb{R}$ et $c\in\mathbb{R}$ avec $\Delta=b^2-4ac$

- $\Delta=0$ donc $S=\left\{\frac{-b}{2a}\right\}$

- $\Delta>0$ donc deux solutions réelles : $z_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $z_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

- $\Delta<0$ donc deux solutions complexes conjuguées : $z_1=\frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_2=\frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$

Remarques: factorisation de az^2+bz+c

- $z_1+z_2=-\frac{b}{a}$ et $z_1\times z_2=\frac{c}{a}$.
- $\Delta\neq0$ alors $az^2+bz+c=a(z-z_1)(z-z_2)$.
- $\Delta=0$ alors $az^2+bz+c=a(z-z_1)^2$

Ecriture complexe des transformations (noté T ou bien f): translation – homothétie - rotation

Transformation f dans le plan complexe qui transforme le point $M_{(z)}$ au point $M'_{(z')}$

C'est-à-dire $f:(P)\to(P)$, $M_{(z)}\mapsto f(M_{(z)})=M'_{(z')}$ On donne T ou bien f Donc il faut déterminer

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

la nature de T ou bien f et Ses éléments caractéristiques		
Rappel Transformation est :	**Ecriture complexe**	**Transformation donnée de la forme f transforme le point $M_{(z)}$ au point $M'_{(z')}$ avec $z'=az+b$; $(a,b\in\mathbb{C})$** **Le programme se limite à trois cas (les valeurs de a)**
Translation : $f=t_{\vec{u}}$ $f(M)=M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'}=\vec{u}$	$z'-z=b$ ou bien $z'=z+b$	1er cas $a=1$ on a : $z'=z+b$ Nature de la transformation : f est une Translation Eléments caractéristiques : • b est l'affixe du vecteur $\vec{u}$ de la translation f .
Homothétie : $f=h(\Omega,k)$ Ω centre de l'homothétie k rapport de l'homothétie définition : $f(M)=M' \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M'}=k\overrightarrow{\Omega M}$	$z'-\omega=k(z-\omega)$ ou bien $z'=kz+b$ $(b=\omega-k\omega\in\mathbb{C})$	2ième cas $a=k\in\mathbb{R}^*\setminus\{1\}$ on a : $z'=kz+b$ Nature de la transformation f : f est une Homothétie Eléments caractéristiques : • k rapport de l'homothétie f • $\omega=\frac{b}{1-k}=\frac{b}{1-a}$ est l'affixe du centre Ω de l'homothétie f • Remarque : Ω est invariant par f donc $f(\Omega)=\Omega$ D'où : $z'=kz+b \Leftrightarrow \omega=k\omega+b$ donc $\omega=\frac{b}{1-k}$
Rotation : $f=r(\Omega,\alpha)$ Ω centre de l'homothétie α angle de rotation définition : $f(M)=M' \Leftrightarrow$ $\begin{cases}\Omega M'=\Omega M\\ (\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'})\equiv\alpha\ (2\pi)\end{cases}$	$z'-\omega=(z-\omega)e^{i\alpha}$ ou bien $z'=e^{i\alpha}z+b$ $(b=\omega-\omega e^{i\alpha})$	3ième cas $\lvert a\rvert=1$ on a : $z'=e^{i\alpha}z+b$ ou $z'=az+b=(\cos\alpha+i\sin\alpha)z+b$ ou $z'=(x+yi)z+b$; $(\text{avec}\lvert x+yi\rvert)$ Nature de la transformation f : f est une Rotation Eléments caractéristiques : • α ou $\arg(x+yi)$ est l'angle de la rotation . • Ou $\omega=\frac{b}{1-a}=\frac{b}{1-e^{i\theta}}=\frac{b}{1-(\cos\alpha+i\sin\alpha)}=\frac{b}{1-(x+yi)}$ $\omega=\frac{b}{1-a}=\frac{b}{1-e^{i\theta}}$ est l'affixe du centre Ω de la rotation f • Remarque : ❖ Ω est invariant par f donc $f(\Omega)=\Omega$ D'où : $z'=az+b \Leftrightarrow \omega=k\omega+b$ donc $\omega=\frac{b}{1-a}$. ❖ De même : $\alpha\equiv\arg\left(\frac{z'-\omega}{z-\omega}\right)\ (2\pi)$

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع

Madarisy.com : مصدر هذا الملف هو موقع مدارسي
Benmoussa Mohammed

la géométrie et Les nombres complexes

A et B et C et D et I cinq points du plan complexe tel que leurs affixes sont z_A et z_B et z_C et z_D et z_I

- $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = AB = |z_B - z_A|$
- $z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$ affixe de I milieu de $[AB]$

Mesure de $(\vec{u}, \overrightarrow{AB})$ est :

$\left(\vec{u}, \overrightarrow{AB}\right) \equiv \arg(z_B - z_A)\ [2\pi]$

$\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow z_C - z_A = k(z_B - z_A)$

$\Leftrightarrow \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = k \in \mathbb{R}$; $(A \neq B)$

Mesure de $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ est :

$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right) \equiv \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right)\ [2\pi]$

A et B et C sont alignés équivaut à : $\left(\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) \equiv \pi\ [2\pi]\right.$ ou

$\left.\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) \equiv 0\ [2\pi]\right)$

Remarque : $\left(\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) \equiv 0\ [2\pi]\right.$ ou $\left.\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) \equiv \pi\ [2\pi]\right)$

équivaut à $\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) \equiv 0\ [\pi]$

$Z_{\vec{w}}$ et $Z_{\vec{t}}$ affixes des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on a

$\left(\vec{u}, \vec{v}\right) \equiv \arg\left(Z_{\vec{u}}\right) - \arg\left(Z_{\vec{v}}\right)\ [2\pi]$

ou

$\left(\vec{u}, \vec{v}\right) \equiv \arg\left(\frac{Z_{\vec{v}}}{Z_{\vec{u}}}\right)\ [2\pi]$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires équivaut $\frac{Z_{\vec{u}}}{Z_{\vec{v}}} \in \mathbb{R}$ $\left(Z_{\vec{v}} \neq 0\right)$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux équivaut $\Leftrightarrow \frac{Z_{\vec{v}}}{Z_{\vec{u}}} = bi$; $\left(b \in \mathbb{R}^*\right)$ $\left(Z_{\vec{v}} \neq 0\right)$

$\Leftrightarrow \arg\left(\frac{Z_{\vec{v}}}{Z_{\vec{u}}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\ [\pi]$

A et B et C et D sont alignés ou cocycliques équivaut à

$\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A} \times \frac{z_B - z_C}{z_D - z_C} \in \mathbb{R}$

$(AB)//(CD) \Leftrightarrow \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) \equiv \pi\ [2\pi]$ ou $\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) \equiv 0\ [2\pi]$

$\Leftrightarrow \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) \equiv 0\ [\pi]$

$(AB) \perp (CD) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\ [\pi]$

$\Leftrightarrow \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\ [\pi]$

Relation complexe	Signification géométrique
L'ensemble des M d'affixe z tel que : $\lvert z - z_A\rvert = \lvert z - z_B\rvert$	1. $AM = BM$. M appartienne à la médiatrice du segment $[AB]$. 2. L'ensemble des M c'est la médiatrice du segment $[AB]$.
$\lvert z - z_A\rvert = k$ $(k > 0)$	1. $AM = k$ 2. M appartienne au cercle de centre A et de rayon k .
$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \left[r; \pm\frac{\pi}{2}\right] = re^{\pm\frac{\pi}{2}i}$	• Si $r \in \mathbb{R}^* \setminus \{1\}$ alors ABC est un triangle rectangle en A . • Si $r = 1$ alors ABC est un triangle rectangle et isocèle en A .
$\left\lvert\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right\rvert = 1$	alors ABC est un triangle isocèle en A .
$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \left[1; \pm\frac{\pi}{3}\right] = e^{\pm\frac{\pi}{3}i}$	alors ABC est un triangle équilatéral .

Madarisy.com : للحصول على المزيد قم بزيارة الموقع